

## A PSICOLOGIA DO NÚMERO

---

Esse artigo tem como objetivo analisar a construção do conceito de número no aspecto psicológico da criança em desenvolvimento. O conceito de número não é apenas o resultado de experiências de contagem com conjuntos discretos, no início da infância. É a síntese dessas e outras experiências que incluem também, conjuntos contínuos. Essa síntese parece ser construída ao longo do desenvolvimento cognitivo da criança, em pelo menos três etapas de formulação do conceito - a oral, a escrita e a lógica. Cada qual deve ser reconhecida e tratada pelo professor durante o processo de construção e sistematização escolar do número. A idéia é instrumentalizar o professor, como mediador dessa construção, para que possa intervir melhor sobre os obstáculos a esse conhecimento, os geradores de erros, e, enfrentados pelos alunos durante a aprendizagem da matemática escolar.

---

### Introdução

A Psicologia do Número requer antes de mais nada, que se reconheça a capacidade humana de perceber quantidades, isto é, o senso numérico, e sua capacidade de comunicá-lo. O senso numérico é dado pela capacidade de perceber diferenças entre pequenas quantidades.

Ele pode ser percebido tanto em bebês que se dão conta da ausência do brinquedo, escondido por alguém sobre a almofada, pondo-se a revirá-la, como em crianças bastante pequenas que, estando a brincar com três ou quatro cubos, dão-se conta de ter perdido um ou dois, pondo-se a procurá-los. Mesmo em alguns animais, segundo afirmam IMENES e NETO, experiências já comprovaram a existência de um senso numérico, mesmo que rudimentar, como mostram com a curiosa história do urubú, contada por Tobias Dantzig. O animal só foi pego na torre da fazenda, quando o urubú perdeu a conta entre os três homens que entraram na torre e os dois que saíram. Retornando ao ninho, foi pego pelo terceiro homem que ficara a sua espreita. Também, experiências com macacos mostraram a noção "aqui tem mais bananas que ali".

Obviamente, a capacidade para perceber a diferença apenas entre pequenas quantidades, é bastante limitada. Essa limitação, no entanto, no caso de povos primitivos, deve ser entendida como ausência de necessidade e não de capacidade. No caso da criança e do bebê, a ausência de necessidade está associada à sua pouca experiência ou ao número limitado de atividades pela idade. Ainda hoje, estudos antropológicos sobre os índios australianos, Aborígenes, africanos e americanos, como o das tribos da Nova Guiné, indicam que sua percepção numérica alcança apenas o três. Mais do que isso, consideram muitos.

### 1. A formulação oral do número

Certo é que nosso sistema de contagem começou com uma precária distinção entre pequenas quantidades. Dessa forma, está correto afirmar, também, que muito antes do homem munir-se de instrumentos que o auxiliassem na contagem de quantidades maiores e de elaborar um sistema simbólico para registrá-los, no início, a idéia de Número era expressa em linguagem falada. Poucos autores dedicaram-se ao estudo de uma abordagem lingüística sobre a construção do Número. Todavia, HOGBEN dedica o capítulo 3, A Gramática da Grandeza, da Ordem e do Número, em seu livro, à busca de traduzir a linguagem dos Números, através de um interessante paralelo com a organização das línguas escritas em seus aspectos gramaticais. Assegura que falar em Matemática como linguagem das Grandezas e em regras matemáticas, como regras gramaticais, é mais do que simples figura de retórica. Segundo ele,

*"Muito contribui, para a compreensão da Matemática, o reconhecimento da afinidade profunda existente entre as línguas em que designamos as várias espécies de coisas deste mundo, e as em que designamos as suas várias grandezas" (HOGBEN, p. 76, 1936).*

Na mesma direção, BROLEZZI argumenta que

*"O fato de a oralidade anteceder o desenho ou a escrita na manifestação da linguagem humana leva-nos a tentar descobrir nos numerais falados de tribos indígenas indícios a respeito dos usos primitivos de noções numéricas. É na utilização da linguagem, e não na manipulação de pedrinhas ou na confecção de traços, que parece estar a fonte do conhecimento sobre a verdadeira origem histórica dos Números." (1996, p.16).*

Enquanto HOGBEN vai construindo uma analogia entre os dois gêneros da gramática, o das grandezas (Matemática) e o das espécies (Língua pátria), argumentando a identidade entre Números e

Substantivos, Operações e Verbos, outros autores, como Power e Longuet-Higgins (1978), citados em FAYOL (1996, p.21), procederam a um estudo aprofundado de diferentes sistemas de denominação numérica, utilizados em línguas pátrias ao redor do mundo.

O objetivo era determinar como se organizavam os sistemas verbais de diferentes línguas para exprimir a numerosidade subjacente. A resposta mais simples, segundo os autores, seria a lexicalização direta, isso é, inventar um termo para cada quantidade. Isso, de fato, ocorre para algumas quantidades numéricas, como: zero, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito nove, dez, vinte, cem, mil, milhão, e outras. Porém, rapidamente, essa escolha tornar-se-ia impossível para a memorização da seqüência verbal da cadeia numérica.

*"Assim, na falta de um item lexical, a quantidade a ser exprimida deve ser objeto de decomposição em uma expressão aritmética lingüísticamente aceitável e exprimível em uma certa língua. No francês (mas também no inglês ) essa decomposição se efetua de acordo com uma soma (vinte e três; cento e quatro; mil cento e trinta e sete  $\tilde{O}$   $20+3$ ;  $100+4$ ;  $1000+100+30+7$ ) ou de acordo com um produto (quatro vinte ; três centos ; seis mil  $\tilde{O}$   $4 \times 20$ ;  $3 \times 100$ ;  $6 \times 1000$ ). É evidente que, em vários casos, a expressão matemática contém os dois tipos de relação, soma e produto, como no "mil três centos vinte quatro " (=  $1000+(3 \times 100)+20+4$ ). (POWER et al. Apud FAYOL, p.22)*

Esses dois trabalhos associam a história da capacidade de comunicação dos homens, através de alguma linguagem, à história da construção do Número, pois que a capacidade de senso numérico precisou, para se ser expressa, antes, de um registro oral no discurso do que de um registro escrito - verbal ou digital -, em símbolos.

*"Muito antes dos indivíduos mais inteligentes começarem a ler e a escrever as línguas comuns em que se designam as várias espécies de coisas, outros, conquanto menos perspicazes, já sabiam falar. O homem comum de nossos dias, ..., goza de uma vantagem considerável. Conquanto nem todos saibamos ler ou escrever a linguagem das grandezas, todos aprendemos a falá-la." (HUGBEN, p. 21, 1952)*

Posto isso, e a guisa de introdução, é provável que o processo de construção do Número pela criança, dá-se no horizonte de dois aspectos: o da manipulação de quantidades discretas e contínuas e o da aquisição da linguagem falada.

Não pretendemos aqui, descrever o processo de aquisição da linguagem falada pela criança, porém, alguns princípios desse processo precisam ser citados, de forma que facilite a análise de como a criança aprende a se referir aos números, pela linguagem falada.

Muito antes da criança começar a falar, e ainda que precariamente dada a imaturidade de seus esquemas de apreensão de objetos e de locomoção, no estágio Sensorio-motor (menos de 2 anos) de seu desenvolvimento cognitivo, ela já interage com o mundo dado pelo ambiente a sua volta. Nesse processo, e ainda que lentamente, vai operando com os objetos a sua volta, percebendo suas características e possibilidades. Experimenta-os. Prova-os com a boca, sente-os pelo tato, familiariza-se com suas cores, seus barulhos e seus cheiros. Finalmente, conhece- os e em diferentes situações, reconhece-os.

Esquemas mentais, construídos para o objeto durante a fase de experimentação, serão, em diferentes contextos, invocados pela memória. Essa memória está associada aos esquemas e às situações operacionais que os produziram. Uma vez que essas situações tenham gerado prazer para a criança, no contexto da fase de experimentação e manipulação, o conhecimento, provido por esses esquemas, poderá ativar, na criança, a vontade de novamente interagir com o objeto. Como a fase de manipulação e conhecimento já está superada, a criança vai adiante em suas explorações e utiliza o que já aprendeu, como critérios para coordenar brincadeiras com o objeto.

Todavia, se o objeto não está ao seu alcance e sua capacidade locomotora é limitada para dar conta do problema, a criança utiliza novos esquemas e estratégias comportamentais para resolvê-lo. Chora, indica com o dedo, arrasta-se ou engatinha para perto, grita, procurando chamar a atenção do adulto para a sua necessidade. Nesse momento, um importante aspecto de interação social tem início para a criança. O adulto que se aproxima para auxiliar no problema o faz através da linguagem. Compreendendo o interesse da criança, alcança-lhe o objeto e revela-lhe o nome - bola, e repete, bola.

Nesse ponto, a linguagem para a criança ainda não passa de sons melódiosos que lhe comunicam mais o estado de espírito do adulto em relação a ela ( compreensivo, irritado, amoroso), do que propriamente a associação do nome dos objetos aos objetos. Esse nível vai exigir da criança inúmeras situações em que a fonética de bola se repita, associada ao objeto. E somente quando conseguir coordenar os sons que o objeto falado produz é que estará apta a pedir pela bola, abandonando as antigas estratégias de comportamento.

Com a aquisição da linguagem falada dos Números, o processo não difere em essência, mas é um pouco mais complexo, dada a sua natureza. Isto é, a criança vai pedir a bola sobre o armário, mas não

pedirá o número sobre o armário. Basicamente, porque o número é uma idéia de avaliação sobre as coisas e, embora ajude a classificá-las, não são as coisas.

É certo que a idéia de Número vai se desenvolvendo internamente na criança, incluída em situações de manipulação de objetos. Aos poucos, essa idéia vai sendo verbalmente exteriorizada pelo uso dos nomes dos números, a partir de relações de quantidade que ela estabelece, nas brincadeiras com pedrinhas, tampinhas, palitos, etc. Entretanto, talvez a situação mais significativa para a pronúncia do nome dos números, seja aquela em que a criança o associa à sua idade. Quando diz que tem três anos de idade, é como se o 'três' de alguma forma lhe pertencesse. Algo como ser o seu número, que existe e até pode mostrá-lo nos seus dedos, concretamente. Além disso, a mudança desse número é motivo de festa que coloca a criança em lugar destacado no reconhecimento dos adultos que lhe são afetos. Cresce sua auto-estima.

Baseada num sem número de experiências, a criança vai percebendo que o três não é só seu. Que está presente nos três goles d'água para tomar o remédio, nas três últimas colheradas do papá, nas três bolitas de seu jogo, nas três pernas do pobre Totó. Assim vai acontecendo, para os nomes e quantidades dos dez primeiros números, cujo controle quantitativo pode ser realizado com os dedos das mãos. Ao mesmo tempo, a criança vai percebendo que existe uma ordem a ser respeitada para a pronúncia seqüencial da cadeia numérica. Raramente encontramos crianças do nível Pré-operatório, com menos de 5 anos, que já dominem recitar a seqüência numérica verbal, sem erros de troca ou esquecimento. Porém, no final deste nível, em torno dos 6 a 7 anos, esse domínio já pode ser observado, embora ainda incompleto para quantidades numéricas maiores.

O fato é que, quando a criança chega num ponto em que consegue sozinha reproduzir verbalmente a seqüência da cadeia numérica, ela já teve suficientes experiências com os nomes das quantidades, de modo a descobrir-lhe a regra sintática de formação. Prova está no desafio que consiste, para muitas crianças, em mostrar para o adulto o quanto já sabe contar. E começa: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, dez e um (não, é onze, corrige o adulto), dez e dois, (não, é doze), dez e três (não, é treze), dez e quatro (não, é catorze), dez e cinco (não, é quinze), dez e seis, (silêncio), dez e sete, dez e oito, dez e nove,... O que vem depois?, pergunta. Vem o vinte, responde o adulto. Vinte e um, vinte e dois,...,vinte e nove. O que vem depois? É o trinta! Trinta e um,....

A criança que realiza a seqüência numérica verbal, como mostrada acima, já começa a perceber como vão se dando os agrupamentos das quantidades que a linguagem verbal deseja significar. O erro apontado pelo adulto e a correção só contribui para a insegurança da criança sobre sua descoberta.

Em nossa língua, como também em outras, o nome das quantidades de onze a quinze, em particular, são um verdadeiro atraso para que se revele na criança o entendimento da regra gramatical de formação dos nomes dos números na seqüência verbal e, por conseguinte, atraso, também, sobre o entendimento aritmético do agrupamento das quantidades subjacentes.

A pesquisa intercultural, empreendida por MILLER e STIGLER (1987), tentou revelar o impacto de diferentes culturas numéricas, no desenvolvimento da concepção de Número, em crianças de 4, 5 e 6 anos, chinesas e americanas. Para isso, confrontaram o desempenho das crianças em duas tarefas básicas: a recitação mental da cadeia numérica e a enumeração de coleções de objetos, dispostos alinhados ou aleatoriamente. Segundo FAYOL (1996, p.157), Miller e Stigler revelaram em sua pesquisa que as crianças chinesas, nas três idades consideradas, apresentam desempenho muito superior aos dos jovens norte-americanos na tarefa de recitação. E justifica:

*"O sistema chinês das formas verbais numéricas realmente se revela bem mais "transparente" que seu homólogo americano (ou francês!). Por exemplo, literalmente, onze se forma como dez-um, treze como dez-três, quarenta e sete como quatro-dez-sete e assim por diante. Portanto o problema dos particulares (cf. capítulo 2: números de onze a quinze) não se coloca, e os sujeitos podem, bem mais facilmente perceber a combinatória." (FAYOL, 1996, p.156).*

No entanto, a facilidade chinesa de verbalização da cadeia numérica não impede que, assim como no inglês, haja freqüentes erros na verbalização das trocas de nomes sobre as dezenas. Exemplo: ... trinta e oito, trinta e nove, vinte, vinte e um,... Isso sugere que não se trata de um problema relativo aos termos verbais que designam as dezenas, mas, antes, de uma dificuldade genérica, de qualquer criança, em coordenar, ao mesmo tempo, a seqüência dos nomes das unidades e, mais lentamente, o das dezenas. Isso induz a se pensar que há um componente cognitivo, independente de culturas, que intervém para essa dificuldade.

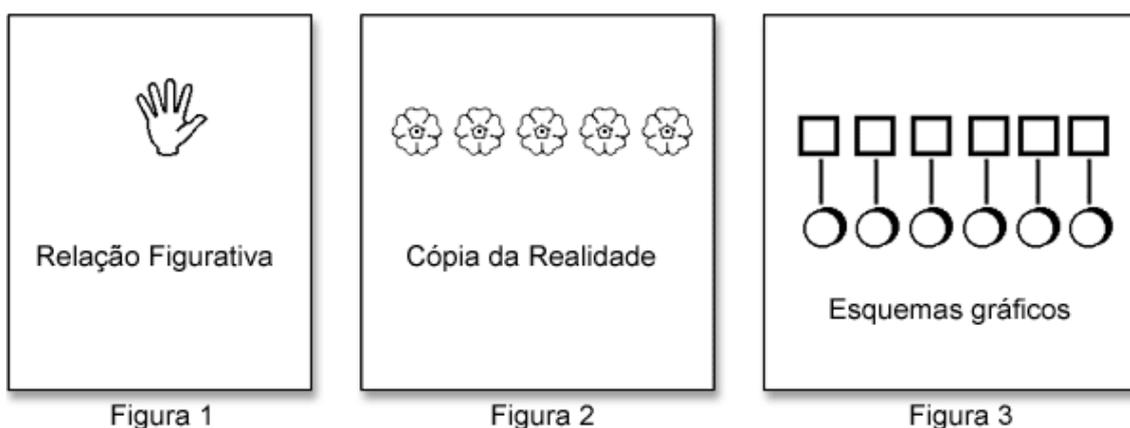
Basicamente, a linguagem falada dos números é uma herança cultural que varia de país para país e, dependendo da sintaxe de sua estrutura, pode facilitar ou atrasar sua interpretação ou, de outro modo, o entendimento numérico que significam. O fato é que a construção psicológica da idéia de Número na criança dá-se não somente pela manipulação de quantidades discretas e contínuas, colocando todos os objetos do seu mundo em relação, mas, também, pelo processo de assimilação da linguagem falada dos números, em sua cultura, antes mesmo de associar-lhes os símbolos escritos para representá-los.

## 2. A formulação do código escrito

Sobre o processo de aquisição do código escrito dos números e sua associação às quantidades que representam, FAYOL (1996, p.43) denuncia que, em termos de pesquisas, ignoramos quase tudo a respeito da aquisição do código numérico escrito. Afirma que 'não temos nenhuma idéia do impacto das modalidades superficiais de codificação sobre a organização cognitiva do pensamento da criança e somos incapazes de distinguir o que provém de suas concepções particulares do que provém de um ambiente influenciado pela concepção de programas de ensino, etc.

O estudo da aquisição do código numérico escrito é um tema de pesquisa especialmente interessante, porque permite colocar a questão do relacionamento entre sistemas simbólicos e as modalidades de conduta que as crianças utilizam. A representação das quantidades, através de símbolos que correspondem, termo a termo, aos objetos da contagem, é utilizado por crianças, em diferentes níveis de representação gráfica.

Hughes (1985, p.82), citado em FAYOL (1996, p. 40), registrou quatro etapas no processo de simbolização de quantidades numéricas: a) indicações idiossincráticas (incomunicáveis); b) pictogramas que associam a numerosidade com a aparência dos objetos de contagem ( figs. 1 e 2); c) símbolos, associados, termo a termo, a cada objeto de contagem, dissociados de sua aparência (fig. 3); e d) símbolos convencionais.



No estudo histórico da idéia de Número, encontra-se sistemas de numeração escrita, como o dos egípcios e babilônios, em que a correspondência, termo a termo, está presente. Antes desses, porém, o homem primitivo utilizava pictogramas ou ideogramas, que relacionavam a quantidade e a aparência do objeto da contagem. Nesse aspecto, parece que o desenvolvimento psicológico da numeração escrita segue, no indivíduo, a mesma trajetória da história da espécie.

Todavia, os níveis encontrados por HUGHES podem aparecer sobrepostos. Há crianças que, para representarem a cardinalidade de cinco flores, desenhavam cinco vezes o símbolo 5 sobre a folha de papel (níveis c e d). Um 5 para cada flor.

Outro fenômeno sobre a aquisição da numeração escrita são as dificuldades que surgem com a utilização da notação posicional e sua compreensão. Assim como a linguagem falada do número sugere uma decomposição da quantidade numa expressão aritmética (trezentos e vinte e cinco  $\rightarrow 3 \times 100 + 20 + 5$ ), que constitui a regra de formação gramatical do nome do número, da mesma forma, a linguagem escrita do número deve sugerir um código de formação que resume o registro daquela expressão.

Para a criança, no entanto, é mais difícil descobrir a lógica de formação dos numerais do que a lógica de formação de seus nomes. Isso é indicado por algumas razões. Primeiro, porque a lógica de formação dos nomes dos numerais, em tese, é percebida mais cedo, geralmente em período pré-escolar, em situações informais e associadas a atividades de descoberta da contagem. Já a lógica da formação dos símbolos numéricos vai se dar, principalmente, em idade escolar, em situações formais de aprendizagem, freqüentemente, dissociadas da contagem que, em geral, só é alusiva a ela.

Ainda, a formação dos nomes dos números é apreendida pela audição, enquanto a formação dos símbolos é apreendida pela visão. Isso faz diferença, pois a audição não pode ser controlada pela criança, mas a visão pode. Assim, se a formação dos nomes exige a coordenação das palavras (um, dois, três, ..., dez, ..., vinte, vinte e um, ...), sobre as dezenas e unidades que designam a quantidade, e, ainda, se essas palavras se expressam por sons captados involuntariamente pelo canal auditivo, numa certa seqüência e freqüência, então, rapidamente, a criança começaria a perceber as repetições das palavras na seqüência numérica, a memorizar essa seqüência e a compreender-lhe o significado, desde que essa prática se dê em referência à contagem.

Por sua vez, a lógica de formação dos numerais, diferentemente, está afeta à compreensão do significado numérico dos algarismos, associados à posição que ocupam no numeral. Isto é, depende da compreensão dos valores absolutos e relativos dos algarismos, na composição das diversas classes do numeral. Isso exige a identificação visual de "que" algarismo em "qual" posição. No primeiro aspecto, requer uma associação, nada natural, entre o símbolo do algarismo e a quantidade que, historicamente, se convencionou a ele representar. No segundo aspecto, requer uma associação posicional do algarismo dentro do numeral, determinando-lhe a grandeza, isto é, se representa unidades, dezenas, centenas, etc. A compreensão da quantidade que o numeral significa surge da coordenação desses dois aspectos que, juntos, levam a criança à decomposição da quantidade, na mesma expressão aritmética em que se decompõe o nome do número.

Dessa forma, apesar de mais econômico (só exigem dez algarismos de 0 a 9), os sistemas de notação posicional, como o nosso, necessitam que se leve em consideração as diferentes potências de dez, que suas ordens ocultam. Isso os torna mais difíceis de serem compreendidos e mais complexos em sua utilização (FAYOL, 1996, p.41).

Essas características vão suscitar, para a formação lógica dos símbolos numéricos, um ensino sistemático específico, que deveria ser proposto pela escola. Para que a criança tire o máximo proveito de seu canal visual para essa aprendizagem, é necessária a utilização da contagem, discreta e contínua, sua representação no ábaco e, finalmente, sua representação escrita.

O código de formação dos numerais não deveria ser revelado a priori, mas, antes, descoberto pela criança em meio a suficientes experiências com o ábaco. Se for apenas revelado, corre-se o risco iminente da criança identificar uma regra visual de formação numeral, associada ao nome do numeral, sem, no entanto, compreender seu significado numérico. Muito provavelmente passe a conceber Números Naturais como meras justaposições de algarismos (figura 4).

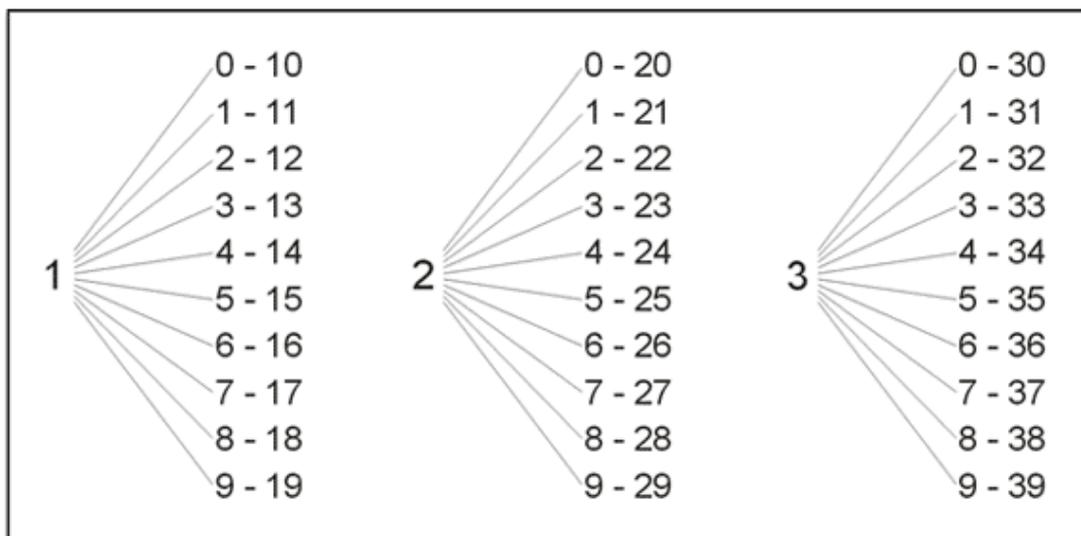


FIGURA 4. Regra de formação visual dos numerais da cadeia numérica. Adaptado do quadro de BATHELT ( 1996, p.23).

A linguagem matemática, todavia, não se restringe aos símbolos numerais. Inclui sinais de operações, como +, -, x, ÷, =, etc. Segundo FAYOL (ibid.),

*"O setor no qual os obstáculos são mais árduos e mais difíceis de serem eliminados é o relativo à compreensão e ao emprego dos sinais de operações: +, -, =, etc. As pesquisas que levam em consideração esse domínio (Allardice, 1977; Ginsburg, 1977; Hughes, ibid; Kieram, 1981) combinam-se para mostrar que, bem cedo, as crianças sabem ler e escrever os símbolos aritméticos. No entanto, isso não garante a pertinência de sua interpretação."*

As análises dos protocolos nestas pesquisas mostraram que as crianças tendem a considerar estes signos como indicadores de ações. Se, por um lado, isso lhes permite resolver as operações, por outro, falham em interpretar as mesmas ações, em situações como: ? + a = b, ? = a + b, a = a ou 2+3 = 1+4, etc. É possível, entretanto, que esses fracassos sejam menos devido a obstáculos cognitivos e, mais, devido a obstáculos didáticos, isto é, a forma como as noções associadas a esses sinais são introduzidas na criança.

HOGBEN (1936, p. 89-106), discorrendo sobre a linguagem matemática em paralelo com as partes do discurso da linguagem escrita e falada, considera os sinais operatórios como sendo os verbos da

linguagem das grandezas. Sendo verbos, sempre designam ações. Por isso, teriam sido nomeados pelo termo 'sinais de operação'. Argumenta, ainda, sobre a natureza das quatro operações fundamentais, das potências e dos radicais.

Para as potências HOGBEN, lembra que no discurso, muitas vezes a mesma palavra pode ser usada ora como verbo, ora como substantivo: "Cristian volta a Santa Maria." (verbo), ou "Te espero na volta da esquina." (substantivo). É o que ocorre no caso das potências. O expoente 2 na potência  $10^2$  é um verbo, isto é, um sinal de operação. Já em  $2^{10}$ , o 2 é um substantivo, isto é, um número inteiro que existe por si e não indica operação.

HOGBEN lembra que a indicação de números através de letras, como a e b, coloca-os na categoria de substantivos coletivos, tal como homem que designa toda uma espécie sem particularizar qual homem. No caso de multiplicações com letras, basta a sua justaposição para indicar essa operação: ab é o produto de a por b. No entanto se a e b assumem um valor particular tal qual um substantivo próprio como 3 e 5, a multiplicação necessitará de uma indicação menos concisa que a anterior,  $3 \times 5$ , porque a justaposição, 35, embora mais concisa, já é utilizada para representar um número muito diferente.

Assim, a formulação do código escrito das grandezas não acontece sem problemas. Diferentemente do alfabeto e demais símbolos na aprendizagem da linguagem materna escrita, os algarismos, bem como, numerais, símbolos operacionais e outros na aprendizagem da linguagem matemática simbólica, parecem apresentar mais obstáculos ao conhecimento de número. A formulação do código escrito das grandezas, caracteriza grande parte do processo de alfabetização matemática das crianças e estende-se para além do ensino fundamental. É um processo longo e recorrente, para o qual a atenção do professor deveria se voltar, de modo que o código escrito construa-se no pensamento da criança de maneira significativa, vinculado a contagens e operações, e de forma a determinar adequadamente suas concepções numéricas.

### 3. A formulação lógico-matemática

Nos livros O Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança (PIAGET & INHELDER, 1971) e The Child's Conception of Number (PIAGET & SZEMINSKA, 1952), Piaget deixa claro que o número é uma relação criada mentalmente por cada indivíduo. Diferentemente do peso, da massa, da cor e da forma, que aparecem impressos nos objetos do mundo físico, o número não está presente nos objetos, mas pode ser construído quando o indivíduo estabelece relações de igualdade/diferença entre esses objetos. Como relação construída pelo indivíduo, o número é endógeno nele, depende de seu nível de desenvolvimento cognitivo (sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto ou hipotético-dedutivo) que vinculará a quantificação final ao seu ponto de vista.

A exemplo das experiências clínicas de Piaget sobre a conservação do número, com crianças do nível pré-operatório, se dispusermos duas pilhas, com placas de duas espessuras distintas e de modo que a pilha constituída de placas mais espessas ultrapassasse, em altura, aquela de placas mais finas que, por sua vez, são em maior número, poderemos perguntar sobre a relação de quantidade entre ambas. Ao serem questionadas em que pilha há mais placas, crianças de 4 a 5 anos respondem que a mais alta tem mais. De 5 a 6 anos, ficam em dúvida. As de 6 anos já darão a resposta correta, percebendo que a espessura não altera a quantidade.

À guisa de ilustração, vale colocar aqui, também, um episódio caseiro, com minha filha, de modo a fazer ver como atua o ponto de vista da criança, e compreender que, ao negligenciá-lo, freqüentemente construímos representações equivocadas de seu entendimento conceitual.

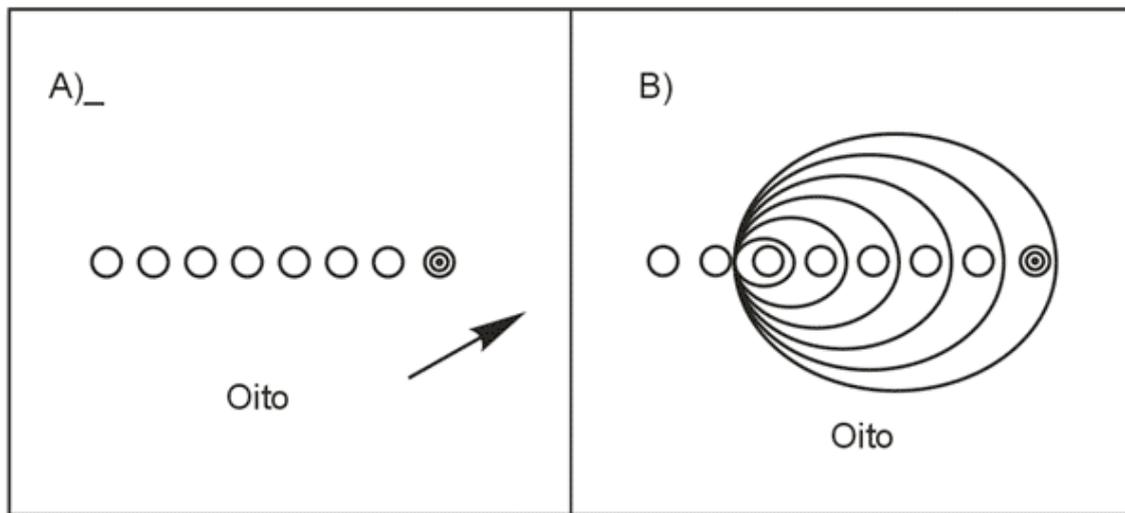
*"Minha filha, na época com 6 anos, comparou, a meu pedido, duas quantidades numéricas, devidamente construídas por ela através da contagem com Material Multibase. Perguntei: - Qual dessas duas quantidades é a maior? Ela não soube dizer, apesar de ter construído suas representações com o material que opera, partindo da quantidade como um todo e realiza trocas a cada dez. Mudei a pergunta, buscando trocar a concepção de maior, que, talvez, pudesse, nessa idade, estar afeta a quantidades contínuas, pela concepção de mais, que, quem sabe, poderia estar melhor relacionada para ela a quantidades discretas. Ao formular a pergunta, enganei-me e troquei o conceito quantitativo mais por um conceito qualitativo: - Se essas quantidades representassem balas, o que seria melhor: ter essa ou aquela quantidade? Rapidamente, e com segurança, ela apontou para a quantidade menor e deixou-me estupefata. Então, perguntei: - Mas por quê? ao que ela respondeu, 'Ora, porque tu vais gastar menos dinheiro, mamãe.'"*

De acordo com Piaget, o número é o resultado da síntese de dois tipos de relações que a criança formula por abstração reflexiva, sobre os objetos do mundo físico: a relação de ordem e a relação de inclusão hierárquica.

A relação de ordem diz respeito à organização física ou mental dos objetos, de modo que, durante a contagem, nenhum seja esquecido ou repetido. Essa organização, para o controle da contagem, vai ressaltar um dos aspectos do número, qual seja, sua natureza ordinal. Cada objeto recebe um nome adjetivo como um, dois, três,... que caracteriza sua ordem na contagem: primeiro, segundo, terceiro,...

No entanto, se a criança dependesse apenas dessa característica para a contagem, jamais construiria o conceito de número, pois o tratamento dos objetos, nesse aspecto, é individual. Nesse sentido, se pedíssemos a ela para contar oito objetos e, no final, que nos mostrasse os oito, ela nos apontaria para o oitavo objeto. O conceito do número depende de outro aspecto, também fundamental, o grupal, que diz respeito a sua natureza cardinal. Segundo KAMII (1985, p.20),

"Para conseguir quantificar os objetos como um grupo, as crianças tem que colocá-los numa relação de inclusão hierárquica. Esta relação vista no Quadro 5(b), significa que a criança inclui mentalmente um em dois, dois em três, três em quatro, etc."



Quadro 5. O termo oito usado para se referir apenas ao último elemento, ao contrário da mesma palavra usada com a estrutura da inclusão hierárquica

FIGURA 5. Estrutura de ordem e de inclusão hierárquica, segundo Kamii

Assim, a criança só obterá êxito sobre a quantificação numérica de um conjunto, se for capaz de colocar todos os seus elementos numa relação única que sintetize, ao mesmo tempo, ordem e inclusão hierárquica. No entanto, a construção da estrutura hierárquica de número não é fácil e depende de suficientes experiências, particularmente de contagem sobre quantidades discretas e contínuas, para que descubra a inclusão existente nas classes numéricas.

Entretanto, KAMII discorda de nós no aspecto da importância que atribuímos às experiências das crianças com medições de quantidades contínuas para a construção inicial do conceito de número. Para ela,

*"O número envolve a quantificação de objetos discretos e, portanto, não pode ser ensinado através da extensão, que é uma quantidade contínua."* (1985, p.59)

Para ela, a opção por materiais, como as barras de Cuisinaire e as de Montessori, para o ensino do conceito de Número, reflete a falha de não diferenciar entre quantidades discretas e contínuas (ibid). A barra do três, por exemplo, que comporta três barras do um sobre si, pode ser considerada pela criança como um, pois é um único objeto. Assim, KAMII conclui que, para o ensino inicial do número elementar, as quantidades contínuas não são apropriadas.

Entretanto, continuamos acreditando que são muitas as experiências empíricas que as crianças realizam desde cedo e que envolvem tanto a contagem, quanto a medição. A própria KAMII (1985, p. 91) cita exemplos de crianças que para determinar o ganhador do Jogo de Batalha, com baralhos, dispõem as pilhas de cartas de cada jogador justapostas, para lhes comparar a altura. Então, a medida da altura (contínua) está sendo relacionada, pela criança com a quantidade discreta de cartas. Também nas medidas de remédios, em que a criança acompanha a mãe no controle do conta-gotas, ela percebe que a quantidade de gotas determina o "tudo" (na expressão da criança) ou o volume que tem de beber. Embora seja um no todo, o remédio tem a sua medida em unidades que a situação determina. A barra do três, no material Cuisinaire, se, por um lado, perde o sentido de três longe do contexto em que foi idealizada, por outro, dentro desse contexto, é sempre tratada em relação às demais barras. Assim, em relação a barra do seis, por exemplo, o três pode se reduzir a um, e o seis a dois, já que o três cabe duas vezes dentro do seis.

A opção radical de KAMII pelo ensino do número, apenas pela via da contagem de materiais

discretos, soa estranha, especialmente quando a respeito da construção da estrutura da relação de inclusão hierárquica, recomenda que todos os tipos de conteúdos (objetos, eventos e ações) possam ser postos em todos os tipos de relações, pela criança. Isso deveria incluir objetos do tipo contínuo, numa relação de contagem para compor uma medida.

BROLEZZI, que também discorda de KAMII nesse aspecto, acrescenta mais:

*"Em nenhum conjunto discreto de elementos ocorre uma inclusão hierárquica, que segundo Piaget, é componente fundamental da idéia de número. Somente nas medidas é que esta inclusão de fato ocorre. Os esquemas que vemos no livro de Kamii são meramente esquemas mentais, não existem nos conjuntos discretos utilizados. Já nas medidas de comprimento, peso, volume, etc., está presente naturalmente a idéia de inclusão hierárquica. Três litros de fato contém dois litros."* (1996, p.23)

No que diz respeito à análise das partes de um todo numérico, Kamii sugere que a criança pequena apresenta um pensamento sectário e irreversível. Se uma coleção de animais em miniatura lhe é apresentada, contendo gatos e cachorros, então, diante da pergunta "O que há mais, cachorros ou animais?", freqüentemente responde, "ouvindo" a palavra animais, mas interpretando como gatos. Isso mostra que só consegue visualizar as duas partes do todo. Ela até consegue pensar sobre o todo, mas, quando pensa em suas partes, é como se o todo não existisse mais (KAMII, 1985, p.22).

Enquanto o pensamento infantil apresentar essa rigidez, não será capaz de perceber a relação de inclusão hierárquica sobre as classes numéricas. É preciso uma certa mobilidade, para que o pensamento decomponha o todo em suas partes e, em seguida, juntando as partes, essas recomponham o todo. A reversibilidade, operação mental que se refere à capacidade de reverter uma ação, através de ações inversas, só começa a aparecer em torno dos 7 ou 8 anos. A mobilidade crescente do pensamento determinará as possibilidades de captação da estrutura hierárquica da inclusão de classes, em particular a numérica.

Dessa forma, a teoria piagetiana sobre a construção da idéia de número recomenda, como já mencionamos, que se orientem as atividades infantis, de modo que todos os tipos de conteúdos (objetos, ações e acontecimentos) sejam colocados pela criança, em todos os tipos de relações. Ainda, segundo KAMII (op. cit.),

"Quando as crianças colocam todos os tipos de conteúdos em relações, seu pensamento se torna mais móvel, e um dos resultados desta mobilidade é a estrutura lógico-matemática de número vista no Quadro 5(b)."

## **Conclusão**

Ao finalizar esse artigo, sobre a psicologia do conceito de número, pretendemos ter elucidado alguns aspectos importantes de sua construção ao longo do desenvolvimento cognitivo da criança.

A construção do conceito de número, durante a infância, envolve pelo menos três etapas que, de forma crescente e não-excludente, se processam de acordo com o desenvolvimento cognitivo da criança. Para essa construção convergem fatores relacionados à formulação oral dos nomes dos números, à formulação escrita dos símbolos dos números e à formulação lógico-matemática dos números. No aspecto do desenvolvimento psicológico da criança, o conceito de número, envolve, inicialmente, uma formulação oral dos nomes dos números, associada à experiências de contagens discretas. Entretanto, as medições, que envolvem contagens contínuas, não podem ser esquecidas. Também elas estão na gênese das experiências infantis com o número e são pretexto para construção cognitiva desse conceito. A formulação oral do número culmina com a descoberta da regra de formação gramatical dos nomes dos números, e, desde já, vai dando idéia de como se organizam as quantidades que o nome deseja expressar. No que se refere à formulação escrita dos símbolos dos números e, demais símbolos da linguagem matemática - sinais de operação e outros -, provavelmente, é o maior desafio didático para o professor. A descoberta do código de formação simbólica dos numerais, pela criança, deve conduzi-la à interpretar a quantidade que o numeral representa, decompondo-o em uma expressão aritmética aditiva e multiplicativa reveladora da estrutura do número. Assim como a formulação oral, também a formulação escrita dos símbolos dos números, deve ser promovida pelo professor, associada à experiências de contagem com quantidades discretas e contínuas, auxiliadas pelo ábaco. Juntas, elas vão dando corpo ao conceito, de acordo com o nível psicológico da criança. Finalmente, a formulação lógico-matemática, presente com maior ou menor lucidez, durante as duas formulações anteriores, suscita dois esquemas mentais fundamentais para a construção do número: o ordinal e o cardinal. Ambos devem ser conjugados numa síntese pela criança, para que esta construa a já mencionada estrutura do número.

Essas três etapas devem estar presentes no trabalho pedagógico planejado pelo professor. Isto é posto, porque as concepções de número que as crianças estão construindo e sistematizando durante a trajetória escolar, podem não estar constituindo-se naquelas que seriam necessárias. Cada uma dessas etapas pode oferecer de diferentes formas, resistência ao conhecimento de número. Cabe ao professor, saber tratá-las. A análise e diagnóstico dos erros cometidos pelos alunos sobre o conceito de número, e sua exploração didática pode ser um caminho para esse tratamento.

Neste artigo discorreremos sobre a Psicologia do Número. No próximo, abordaremos a História do Número, isto é, como se deu sua construção durante o desenvolvimento da humanidade. Procuraremos semelhanças e diferenças entre a Psicologia e a História do Número, buscando identificar obstáculos comuns, durante a construção desse conceito. Ainda, avaliaremos necessidades e possibilidades da construção e sistematização escolar do número em três de suas idéias: número natural, fracionário e decimal. Esta avaliação constituir-se-á a seqüência dos dois primeiros artigos.

---

### **Referências Bibliográficas**

BACHELARD, G. A psicanálise do conhecimento objetivo. In: A Epistemologia, Rio de Janeiro: Edições 70, p. 165-190, 1971.

BATHELT, Regina Ehlers. Oficina de numerais: o uso do ábaco. Revista do Professor (45), Rio Pardo: CPOEC, março, p.22-28, 1996.

BROLEZZI, Antônio Carlos. A tensão entre o discreto e o contínuo na história da matemática e no ensino da matemática. (tese de doutorado), São Paulo: FEUSP, 1996.

FAYOL, Michel. A criança e o número: da contagem à resolução de problemas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

HOGBEN, Lancelot. Maravilhas da matemática: influência e função das matemáticas nos conhecimentos humanos. 3 ed., Rio de Janeiro: Globo, 1952.

IMENES, Luis Marcio. Os números na história da civilização. Vivendo a Matemática, 6 ed São Paulo: Scipione, 1993.

KAMII, Constance. A criança e o número. São Paulo: Papyrus, 1985.

NETO, Ernesto Rosa. Didática da matemática. São Paulo: Ática, 1987.

PIAGET, Jean & INHELDER. O desenvolvimento das quantidades físicas na criança. Rio Janeiro: Zahar, 1971.

PIAGET, Jean & SZEMINSKA. The child's conception of number. New York: W.W. Norton, 1952.

---

Página inicial

Próxima edição

Edição: 2000 - Vol. 25 - Nº 01 > Editorial > Índice > [Resumo](#) > **Artigo**