

Do experimento à experimentação: metodologia ativa no ensino de trigonometria

From experiment to experimentation: active methodology in the teaching of trigonometry

**Guilherme de Lima de Menezes^I, Diego Guimarães Nunes^{II},
Jefferson Marçal da Rocha^{III}, Cristhian Augusto Bugs^{IV}**

RESUMO

Este trabalho busca compilar e testar atividades na área de ensino da matemática, com a participação ativa dos alunos, através de experimentos e experimentação, unindo diálogo à teoria como opção metodológica, ou seja, buscando inserir a matemática através de experiências ativas afim de reproduzir, em sala de aula, atividades que fazem parte do cotidiano dos alunos. Nesse sentido, fez-se a reflexão sobre a necessidade de tornar a matemática mais atraente, onde a sala de aula não seja um ambiente isolado, mas que proporcione um espaço de discussão para unir as teorias e as práticas com o objetivo de formar alunos ativos em seu processo de ensino e aprendizagem. Este modelo de atividade foi desenvolvido em uma escola privada na cidade de Rosário do Sul – RS, em uma turma do 9º ano do ensino fundamental, com 12 alunos, e realizado em quatro momentos distintos: introdução a conceitos iniciais, experimentação laboratorial, experimentação no mundo real com uso de aplicativo, e por fim, realização de cálculos e discussão dos resultados. Ao término deste trabalho foi possível perceber que os alunos obtiveram ganhos significativos em sua aprendizagem, confirmando que é possível fazer matemática através de atividades práticas e com experiências lúdicas nos anos finais do ensino fundamental.

Palavras-chave: Trigonometria; Triângulo Retângulo; Experiências; Metodologia ativa.

ABSTRACT

This paper aims to compile and test activities in the areas of mathematics, demanding the active participation of students, through experiments and trials, joining dialog to theory as a methodological option that is, aiming to insert mathematics through active experiments to reproduce, in the classroom, students' daily activities. In this sense, a reflexion about the needs to turn mathematics more attractive was made, where the classroom is not an isolated space, but providing a discussion space to unite theories and practices with the aim of training active students in their teaching and learning process. This activity model was developed in a school in Rosario do Sul –

^I Licenciado em matemática, Universidade Federal do Pampa. E-mail: glmguilima2255@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6659-6551>.

^{II} Licenciado em Matemática, Universidade Federal do Pampa. E-mail: diegonunesmat@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4818-3697>.

^{III} Doutor em desenvolvimento, Universidade Federal do Pampa. E-mail: jeffersonmrocha@gmail.com. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5873-0992>.

^{IV} Doutor em Física, Universidade Federal do Pampa. E-mail: cristhianbugs@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1536-5726>.



RS, with a 9th grade middle school, with 12 students and realized through four distinct moments: introduction to initial concepts, laboratorial trials, real world trials using an app, and, finally, performing calculations and discussing their results. At the end of this paper it was possible to realize that the students made significant gains in their learnings confirming that it is possible to perform mathematics through practical activities and with ludic experiences on final years of middle school.

Keywords: Activity; Trigonometry; Triangle Rectangle; Experiences; Active Methodology.

1 INTRODUÇÃO

Os cursos de licenciatura em matemática estão presentes nas instituições de ensino há 70 anos, um curso recente se compararmos aos cursos mais antigos do Brasil. Concordamos que, com o passar do tempo, métodos, grau de importância e características da aprendizagem vão se alterando conforme vai se descobrindo ou constatando necessidades de mudanças, o que vai ao encontro de D'Ambrosio (2017) que afirma que o "conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de gerações" (p.16). Uma ideia dessa evolução é discutida por Moreira (2012) que afirma que o currículo de licenciatura em matemática sofreu mudanças em muitas instituições, que antigamente era composto de 75% de conteúdo matemático e 25 % de didática e hoje já assume a metade de alguns currículos, a tal ponto que existem cursos universitários com mais componentes de didática do que da matemática.

Novas concepções de ensino surgiram ao longo desta história, como por exemplos as tendências matemáticas que segundo Zorzan (2007) são alternativas para a ação pedagógica do ensino de matemática, tendências essas que são: a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, a tecnologia e a filosofia da Educação Matemática¹. Estas tendências juntamente com novas disciplinas que foram incorporadas, trouxeram um olhar mais atento para a docência no ensino da matemática.

Recentes estudos realizados por Veronez e Pereira (2017) com alunos dos anos finais de graduação em licenciatura em matemática afirmam que o conhecimento matemático é um dos mais importantes para a prática docente. No entanto, constata também que,

¹ Definições sobre essas tendências são encontradas no trabalho de Zorzan (2007).

embora existam disciplinas no curso de licenciatura que debatem a importância da didática e abordagens metodológicas que buscam a participação ativa dos alunos, essas não são vistas com tanta importância pelos pesquisados. Isso leva as autoras a concluírem pela importância de estudos a respeito da formação do futuro professor, a fim de que ocorram reflexões acerca da importância do saber pedagógico, visto que o modo de exercer a profissão docente muitas vezes está atrelado à sua vivência na Educação Básica.

Além disso, percebe-se que os cursos de licenciaturas em geral sofrem muitas críticas a respeito do distanciamento entre a formação e à docência na prática, o que vai ao encontro do que afirma Fiorentini e Oliveira (2013):

Essas críticas referem-se aos currículos, sobretudo às disciplinas específicas, às metodologias de ensino das aulas, ao distanciamento ou desconexão entre as práticas de formação e as práticas de ensinar e aprender na escola básica, à falta de diálogo ou inter-relação entre as disciplinas específicas e as de formação didático-pedagógica¹, ao isolamento do estágio, entre outras. (FIORENTINI, OLIVEIRA, 2013, p.919)

A aprendizagem na escola durante muito tempo foi determinada pela capacidade do aluno em repetir e reproduzir o que o professor ditava ou escrevia na lousa, bastando ao professor apenas um saber matemático científico. O professor que faz uso desta técnica, ou seja, que se considera fonte e transmissor de conhecimento, segundo D'ambrosio (2017) "está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral (D'AMBROSIO, 2017,p.73)", pois os alunos de hoje tendem a ser mais críticos, em querer saber os motivos pelos quais eles devem aprender determinado conteúdo e usam de inúmeros argumentos ao afirmar que não usarão determinado conteúdo em sua escolha profissional ou que não usarão para nada em sua vida.

Ainda segundo Fiorentini e Oliveira (2013):

O excesso de formalidade, a supervalorização do saber acadêmico na sua forma abstrata, em contraste com as formas que o conhecimento matemático adquire no processo de aprendizagem no contexto escolar, certamente cria obstáculos ao bom desempenho do professor na prática escolar. Não se trata de desvalorizar o conhecimento acadêmico nem de reduzi-lo, mas, sim, de reconhecer a necessidade de o professor desenvolver um repertório de estratégias e recursos vinculados ao processo de construção escolar do saber matemático (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p.931).

Nessa perspectiva, o desafio é pensar em como tornar a matemática atrativa e colocá-la na realidade dos alunos, uma vez que é uma componente do aprendizado humano que está presente no cotidiano, pois os números estão por toda parte, é considerada básica e indispensável, assim como o português, para todos os alunos em todas as fases do ensino. Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) o conhecimento matemático fundamenta o conhecimento científico basilar da formação educacional de todo o cidadão.

Borba, Almeida e Gracias (2018) afirmam que:

Metodologia do ensino, por sua vez, está relacionada ao ato de ensinar. Ensinar requer um conjunto de esforços e decisões que se refletem em caminhos propostos, as chamadas opções metodológicas. O professor organiza e propõe situações em sala de aula a fim de apresentar um determinado conteúdo. (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018, p. 40)

A metodologia de ensino envolvendo a experimentação pode ser definida essencialmente como um conjunto de atividades práticas desenvolvidas com a participação ativa dos alunos na execução das atividades, coleta dos dados e interpretação dos resultados para a construção de conceitos matemáticos (Giani, 2010). Ainda segundo Agostini e Trevisol (2014, apud Rosito, 2003, p. 196), enquanto a experimentação é definida por um processo de verificação envolvendo hipóteses para a comprovação de resultados e leis, um experimento é definido como “um ensaio científico destinado à verificação de um fenômeno físico”, enquanto que as atividades práticas entendemos de acordo com as autoras:

Atividades realizadas, no laboratório ou em sala de aula com materiais alternativos, que visem problematizar determinado conteúdo ou testar as concepções alternativas que os alunos apresentam sobre determinado fenômeno. Dessa forma, contribuir para a construção de conhecimentos significativos pelo aluno. (AGOSTINI; TREVISOL, 2014, p. 754)

Nestas condições podemos reunir experimentação e atividades práticas para estabelecer realmente um significado maior para os conceitos matemáticos. As práticas desenvolvidas para a construção de conceitos durante as experimentações em aulas de matemática são muito importantes para a formação do processo de ensino-aprendizagem. Segundo De Oliveira (2012), com esta metodologia é possível motivar e despertar a

atenção dos alunos, estimular a criatividade, aprimorar a capacidade de observação e registro de informações e principalmente pode colaborar para fixar conceitos científicos em todas as áreas do conhecimento.

Em relação à experimentação no ensino de matemática, busca-se inserir fórmulas, equações e expressões através de experiências a fim de reproduzir, em sala de aula, atividades que possam ser vistas próximas da realidade da vida do aluno, realizando, assim, um movimento contrário ao movimento natural que é ensinar usando-se de exemplos hipotéticos para justificar que se está inserindo a matemática na realidade do sujeito.

Portanto, para tornar a matemática mais atraente é preciso que a sala de aula não seja um ambiente único, com aprendizado unilateral no sentido professor-aluno, mas sim amplo, onde se possam testar teorias e os próprios alunos sejam os principais atores de seus saberes, ou seja, o experimento e a experimentação devem fazer parte do aprendizado do aluno, tornando a matemática mais ativa e não apenas como a reprodução de listas de exercícios, mesmo que importantes para a fixação de conceitos e de metodologias de resolução, não conseguem ser um atrativo no processo de ensino aprendizagem, necessário em uma educação libertadora.

O ponto chave neste processo de tornar a matemática atraente envolve a utilização da memória, definida como um processo pelo qual a aprendizagem persiste ao longo do tempo de vida dos indivíduos e pode ser evocada a qualquer momento (JÚNIOR; FARIA, 2015). A memória envolve as etapas de adquirir, armazenar e evocar informações, de modo que do ponto de vista do ensino aprendizagem de matemática é fundamental pensar a respeito de como adquirir e como armazenar em arquivos de longa duração conteúdos, já que à medida que avançamos na complexidade de conteúdos matemáticos, necessitamos resgatar todo momento todas as informações que foram adquiridas em toda a trajetória escolar.

O sucesso de um indivíduo em termos matemáticos depende de vários fatores, mas principalmente da sua capacidade de obter, armazenar e evocar informações envolvendo técnicas matemáticas já adquiridas seja no ensino fundamental, no ensino médio, em um

curso superior ou no ambiente de trabalho, de uma maneira ou outra, precisamos interpretar a realidade para a execução de nossas atividades diárias em qualquer tipo de situação através da memória e do uso da matemática.

O armazenamento envolve a aquisição e a consolidação das informações, nesta condição o professor através do uso de diferentes metodologias de ensino de matemática deve ser responsável por garantir que os alunos tenham condições de adquirir e consolidar todas as informações que são trabalhadas em um ambiente de sala de aula ou de laboratório. A possibilidade de utilizar experimentos e experimentação em sala de aula envolve a utilização dos vários sentidos (audição, olfato, tato, paladar), este tipo de atividade favorece o armazenamento das informações mais complexas, pois quanto maior for o envolvimento dos alunos por meio dos sentidos, maior será a eficiência para adquirir e consolidar os conteúdos trabalhados visto que segundo Gadotti (2003) "se o que aprendemos não tem sentido, se não atender alguma necessidade, não "aprendemos" (GADOTTI 2003, p. 47)". A utilização destas metodologias também incentiva a recordação de experiências anteriores e já prepara os alunos para aprendizagens futuras para que o processo de memorização ocorra de forma efetiva, quando os alunos passam a ligar seus conhecimentos a posturas sociais, culturais do lugar em que vivem.

As deficiências na aquisição e consolidação da memória envolvendo o ensino e aprendizagem de matemática são confirmados por estudos realizados pela Ortigão et al. (2018), os resultados obtidos demonstram que mesmo depois de muitos anos frequentando a escola, os alunos do ensino médio não alcançaram as competências matemáticas esperadas. Assim sendo, o professor de matemática precisa deixar um pouco o seu passado e suas crenças de que apenas testes, exercícios, e muita repetição colaboram para o processo de ensino-aprendizagem dos sujeitos, uma vez que esses métodos e aplicações apenas colaboram para a exclusão dos alunos e de sua aprendizagem.

Portanto, é preciso buscar um ensino de matemática que, sempre que possível, esteja também presente no universo da experimentação e assim tornando-a mais significativa aos alunos, visto que, ao colocar o aprendiz como protagonista de suas

experiências, ele mesmo levará consigo algum significado do que ocorreu, o que mudou no seu pensamento e o que ele verificou que estava correto ou incorreto, conforme as suas experiências. Laboratórios de ciências, de matemática, sala de aula ou até mesmo o pátio da escola podem ser aproveitados para a execução de experimentos simples que podem fazer a diferença para levar o aluno a importantes descobertas sobre resultados importantes utilizados regularmente em sala de aula e fora dela em atividades do cotidiano (MADRUGA et al., 2015).

De todos os conteúdos trabalhados nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, a trigonometria sempre causa um desconforto no que se refere à sua aprendizagem. De um modo geral, os conceitos de trigonometria são definidos de forma abstrata por meio das relações envolvendo inicialmente os ângulos de triângulos retângulos e não é visualizada de maneira natural a ocorrência de relações trigonométricas no dia a dia de qualquer estudante.

É essencial desenvolver atividades para envolver os alunos na construção dos conceitos trigonométricos, a partir da teoria construída e trabalhada em sala de aula, a consolidação dos conceitos pode ocorrer por meio de experimentos planejados que podem contar com o uso de diversos instrumentos pedagógicos, incluindo tecnologias de informação e comunicação (TIC) principalmente softwares e aplicativos de celulares cada vez mais presentes na vida de todos principalmente dos alunos.

Os resultados obtidos por Lopes (2018) foram muito positivos a partir do uso de TICs no ensino de trigonometria, com atividades desenvolvidas fora do ambiente normal de sala de aula. Foi observado que os estudantes desenvolveram o pensamento matemático e foi possível confirmar que as atividades com experimentos juntamente com o uso de aplicativos celulares formaram um elo articulador para aproximar a trigonometria da teoria e prática de acordo com a realidade dos alunos (LOPES, HARDOIM, 2018).

Dentro da perspectiva de envolver o aluno de forma direta no processo de ensino-aprendizagem para desenvolver o seu interesse pela investigação e pela construção de conhecimentos envolvendo relações trigonométricas, o objetivo deste trabalho consiste

em preparar e testar atividades por meio de etapas de execuções, que exigem a participação do aluno, através de experimentos e experimentação concomitante ao diálogo com a teoria como uma opção metodológica para o ensino de trigonometria.

2 METODOLOGIA

O trabalho aborda os seguintes assuntos: Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo; Coleta e organização de dados em tabelas; Estatística básica, conceito de média. Todas as atividades foram desenvolvidas com uma turma do 9º ano do ensino fundamental com 12 alunos em uma escola privada na cidade de Rosário do Sul – RS.

Os materiais utilizados para a execução do trabalho foram os celulares, ao aplicativo *Geocam Free*² disponível no *Google Play* e trena. Para fins de organização, foi preparado um roteiro de etapas conforme segue abaixo:

Etapa 1: Introdução: Foram introduzidos os conceitos iniciais de razões trigonométricas no triângulo retângulo, com duração de 4 a 5 períodos de aula. Neste momento, foram discutidos que em todo o triângulo retângulo vale o teorema de Pitágoras e definidos o cateto oposto e o cateto adjacente a um ângulo dado. Foi também definido o seno, o cosseno e a tangente, seguidos de aplicações em exercícios de triângulos retângulos envolvendo os lados para descobrir o valor de seno, cosseno e tangente. Conhecido o valor de seno, cosseno e tangente foram discutidos exercícios envolvendo a obtenção dos valores dos catetos e da hipotenusa, conforme o caso.

Etapa 2: Experimentação laboratorial: Na segunda etapa foi preciso pedir aos alunos para fazer o *download* dos aplicativos e na aula anterior foi solicitado uma trena para a medição das alturas. Em sala de aula, a turma foi separada em grupos de 3 a 4 alunos, de modo que cada grupo continha pelo menos um aluno com o celular e outro com a trena. Em seguida, foi explicado para todos os alunos as atividades que seriam desenvolvidas e os objetivos da mesma. Antes de iniciar com toda a turma as coletas de

² <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.myway&hl=pt-BR>

dados, três voluntários ajudaram a explicar de forma demonstrativa o papel de cada aluno com as ferramentas. A pessoa responsável pelo uso e manuseio do celular realizou a medição de ângulos escolhidos em diferentes locais (porta, quadro, mural e janela) para treinamento em sala de aula. Nesta função é preciso ter precisão para primeiro, estabilizar o celular o mais próximo do ângulo zero (verticalmente apontando a câmera do celular para o alto do objeto), já em um segundo momento foi necessário verificar o ângulo no local escolhido-

Outro integrante do grupo fez o uso da trena como instrumento de medição de comprimento; a primeira medida foi à distância do observador (pessoa com celular) até o objeto medido e a segunda foi à altura do celular em relação ao chão. O terceiro integrante ficou responsável pela coleta e registro dos dados em tabelas, conforme modelo abaixo (Tabela 1), além de auxiliar os demais integrantes do grupo com o uso da trena e do celular.

Tabela 1 - Coleta de dados laboratorial

Grupo	Ângulo em graus	Distância do observador ao objeto	Altura do celular em relação ao chão	Altura aproximada do objeto (calculada após a coleta de dados)
Porta				
Quadro				
Mural				
Janela				

Fonte: Autores.

Terminada a fase de treinamento foi realizada a medição de ângulos através dos aplicativos para que posteriormente fosse possível calcular a altura de objetos escolhidos com os dados coletados. Foram medidas as alturas do quadro negro, mural, janela, parede, em um ambiente controlado, para verificar também margens de erros na comparação com as alturas obtidas com a trena.

Etapa 3: Experimentação no mundo real com o aplicativo. Com duração de 3 períodos de aula, foi realizado um passeio pelas ruas ao redor da escola para a coleta de

ângulos e distâncias pelos alunos em diferentes locais. Os alunos escolherem calcular as alturas de prédios como a própria escola, prefeitura, igreja matriz, hotel no centro da cidade e o prédio mais alto da cidade.

Etapa 4: Análise dos dados coletados. Após retornar para a sala de aula, os alunos em grupos realizaram os cálculos para encontrar a altura dos objetos. Em seguida, foi construída uma tabela no quadro para a visualização das alturas pelos grupos, depois foram calculadas as médias das alturas e por fim foram realizadas discussões sobre os resultados encontrados.

Etapa 5: Avaliação da atividade por meio de um questionário. As seguintes questões foram consideradas no questionário.

Questão 1: Com base na sua vivência das aulas de trigonometria, cite duas situações de aplicações da trigonometria no mundo real.

Questão 2: Relate como foi a atividade realizada com medições e utilização do aplicativo em sala de aula, o que você aprendeu com a experiência? Você julga que a atividade foi importante para a sua aprendizagem? Justifique sua resposta.

Questão 3: Marque as opções no quadro 1 abaixo sobre o conteúdo.

Quadro 1 – Avaliação do processo de ensino-aprendizagem pelos alunos

	Posso fazer isso de maneira independente, e explica ao meu colega ou professor	Posso fazer isso de maneira independente	Preciso de mais tempo. Preciso ver um exemplo que me ajude
Aplicar as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo para determinar a medida de um lado.			
Aplicar as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo para determinar a medida de um ângulo.			
Aplicar a lei dos cossenos			
Aplicar a lei dos senos			

Fonte: Boaler, (2018, p. 133).

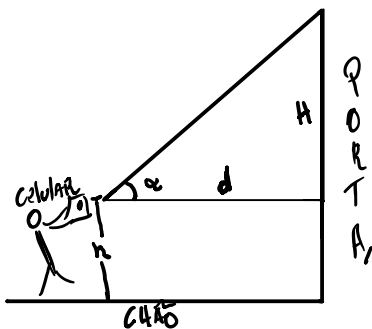
Questão 4: Explique: a) Quando é preciso utilizar a lei dos senos, quais são os dados que o problema precisa fornecer? b) Quando é preciso utilizar a lei dos cossenos, quais são os dados que o problema precisa fornecer?

Questão 5: Quantas questões você acredita que acertou? Qual nota você se daria caso pudesse avaliar todo o seu aprendizado, sua participação e dedicação nas aulas?

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após a coleta dos dados pelos alunos conforme a Tabela 1, foi solicitado para que um grupo voluntário informasse os dados coletados nas medições referentes a porta de entrada da sala de aula para servir como exemplo demonstrativos dos cálculos. Os dados coletados e uma ilustração do desenho foram transcritos no quadro (segue o exemplo do desenho na figura 1), a fim de ilustrar a situação que eles vivenciaram e que também é um desenho bastante frequente nos exercícios e em livros didáticos

Figura 1 – Ilustração demonstrada na lousa



Fonte: Autores.

Nesta figura 1 temos os seguintes dados:

H = altura a ser descoberta através dos cálculos trigonométricos;

$$H = (\tan \alpha) \times d \quad (1)$$

h = altura, medida com a trena, da distância do celular do observador ao piso

Celular = ponto do celular, onde o observador mede o ângulo α (alfa)

d = distância do observador a porta, medida com a trena

$H+h$ = Altura da porta

Utilizando novamente as relações trigonométricas no triângulo retângulo indicada na equação (1) foi calculada a altura da porta. Em seguida, os alunos em cada um dos grupos fizeram os cálculos das alturas dos objetos escolhidos em sala de aula, foi permitido o uso do celular e foi definido que duas casas decimais eram suficientes para indicar os valores das alturas encontradas. Ao final, depois que todos calcularam a altura, os resultados foram apresentados na lousa de modo que através dos resultados encontrados por cada grupo foi possível discutir as diferenças encontradas conforme dados da Tabela 2.

Tabela 2 – Resultados dos cálculos

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Altura medida	Média
Porta	2,07 m	2,15 m	2,10 m	2,12 m	2,11 m
Quadro	2,05 m	2,00 m	1,97 m	2,03 m	2,01 m
Mural	2,17 m	2,11 m	2,03 m	2,12 m	2,10 m
Janela	2,73 m	2,62 m	2,60 m	2,68 m	2,65 m

Fonte: Autores.

Foi explicado que as diferenças encontradas se devem ao fato de que nem todos mediam e coletavam com a mesma precisão, devido aos materiais de coleta não serem os mais apropriados para este tipo de medição. Depois de completar a tabela acima, as alturas da porta, do quadro, do mural e da janela da sala de aula foram medidas com a trena para confrontar os valores coletados obtidos pelos grupos com os dados medidos com a trena. Neste momento começou uma discussão entre os grupos dizendo que os resultados obtidos por um grupo eram melhores do que dos outros e a partir desta discussão criou-se um clima de competição entre os alunos.

Então, para finalizar a discussão, foi sugerido que se fizesse uma média dos dados resultantes dos trabalhos para se verificar quais as médias obtidas se aproximavam das medições reais. Esta é uma estratégia interessante para não criar um clima acirrado de competitividade. Como os alunos já haviam trabalhado a ideia de média no 8º ano, novamente foi utilizada a calculadora do celular a fim de agilizar os cálculos.

Após a obtenção das médias pelos alunos, todos concluíram que de modo geral os dados se aproximavam de forma bastante satisfatória das medições reais, portanto, estes mesmos procedimentos poderiam ser utilizados como ferramentas em ambientes externos para realizarmos medições de maior relevância e com isso ter uma ideia de quais seriam as alturas dos prédios escolhidos.

Depois do primeiro experimento em sala de aula, os alunos foram à experimentação no mundo real e fizeram as medições dos ângulos e da distância dos seguintes prédios da cidade: Igreja, Prefeitura, Sicredi (prédio antigo e que é histórico na cidade), o prédio que, atualmente, é o edifício mais alto da cidade, de um hotel que fica no centro da cidade, um ponto comercial (Kason) e por último a escola conforme indicado na Figura 2. Todos esses locais foram escolhidos por serem próximos a escola e de fácil acesso. Durante este momento os alunos ficaram bem à vontade e confortáveis com a atividade, isso só foi possível devido à experimentação em sala de aula, pois eles já sabiam como seria a execução da atividade bem como o papel de cada um para medir e anotar os dados. Caso contrário, sem a experimentação em sala de aula, todos os questionamentos que surgiram no ambiente controlado surgiriam no ambiente aberto, podendo comprometer a obtenção dos dados.

Após retornar para a sala de aula, os alunos se organizaram em seus respectivos grupos e começaram a fazer os cálculos utilizando novamente a trigonometria no triângulo retângulo para encontrar uma estimativa aproximada das alturas dos prédios em questão. A maior parte das perguntas giraram em torno de saber se poderiam utilizar o valor da tangente mostrado no celular apenas com uma ou duas casas decimais depois da vírgula, como recomendado nos dados coletados em sala de aula. Tiradas as dúvidas todos utilizaram novamente duas casas depois da vírgula a fim de manter uma precisão maior.

Figura 2 – Prédios utilizados na coleta de dados. Na figura A o prédio mais alto da cidade, na figura B o prédio da Sicredi, na figura C o prédio da Prefeitura, na figura D estão o prédio do Hotel e da Igreja e na figura E o prédio da Escola



Fonte: Autores.

Com o término dos cálculos, novamente os dados foram utilizados para a construção de uma tabela na lousa. Para que não se criasse muita competitividade, e com base na experiência anterior, foram calculadas as médias dos três grupos e os dados obtidos foram utilizados para completar a tabela 3 conforme abaixo.

Tabela 3 – Resultados dos cálculos

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Média
Prédio mais alto	29,14	35,38	29,59	31,37
Sicredi	5,92	8,47	9,5	7,96
Kason	8,62	17,46	7,58	8,1
Prefeitura	8,88	8,17	7,72	8,25
Igreja	18,76	19,85	21,4	20,00
Hotel	8,62	6,44	8,47	7,84
Escola	19,54	21,15	14,4	16,69

Fonte: Autores.

Os alunos foram estimulados a comparar os resultados e pensar a respeito dos valores encontrados. Todos disseram que sim, fazia sentido, o único que eles disseram que não fazia muito sentido e que resolvemos eliminar do cálculo da média foi o valor encontrado pelo grupo 2 para a altura do Kason, pois era o dobro do que os outros encontraram, além de ser quase a altura da igreja o que todos concordaram que não era possível pois a igreja era maior que o estabelecimento citado.

Outro ponto que gerou debate foi a altura da igreja, no entanto, este debate surgiu porque um grupo considerou a altura da igreja no alto da cruz e outro apenas até o teto da igreja, mas todos ficaram satisfeitos com o resultado e com a experiência. Muitos comentaram no final da aula que tinham interesse de fazer mais vezes este tipo de vivência, e isso, com certeza, é motivo relevante para, todo educador de matemática, pensar em novas experiências e vivências que fujam da realidade de que matemática é apenas um monte de suposições e muitos exercícios encontrados nos livros didáticos. Para reforçar os conceitos trigonométricos trabalhados no conjunto de atividades, os alunos resolveram problemas que traziam o mesmo panorama explorado na atividade de campo, a fim de praticar exercícios e consolidar a teoria vista na experiência. Por último, foi aplicado um questionário, com a participação dos alunos para avaliar a atividade de um modo geral. Algumas respostas das perguntas estão indicadas abaixo, onde A_n indica um aluno qualquer dentro do grupo de 12 alunos.

Questão 1: Com base na sua vivência das aulas de trigonometria, cite duas situações de aplicações da trigonometria ao mundo real?

Nesta primeira pergunta foram obtidos resultados bastante coerentes com a experiência da atividade, pois utilizamos a trigonometria para descobrir a altura de prédios e de objetos que não poderíamos utilizar a trena. Assim, 83% respostas dos alunos trouxeram como de utilidade o uso da trigonometria no mundo real como instrumento que pode ser utilizado para medir altura de objetos. Alguns alunos foram mais a fundo e trouxeram outras utilidades que eles acreditam que podem ser usados como nas respostas abaixo:

A₁: "Na engenharia, para medir telhados ou construções triangulares e para medir o ângulo da lente de óculos (não tenho certeza se é com a trigonometria, mas foi o que lembrei)."

A₂: "Ela serve para sabermos a medida de algum ângulo, de alguma altura. Acredito que ajude também na hora de construir algum edifício."

A₃: "A trigonometria pode ser aplicada em situações onde temos que medir prédios e casas, ou para fazer o design de móveis, por exemplo, entre diversas outras utilidades."

Neste sentido, as respostas sugerem que a atividade deixou para o aluno uma experiência em que ele conseguiu utilizar a matemática no mundo real e que eles conseguem perceber uma aplicação além dos exercícios resolvidos em sala de aula. Então através desta atividade, é provável que sempre que surgir algum problema em que seja preciso medir a altura de algum objeto da realidade deles, todos que participaram de todas as etapas desenvolvidas para o ensino aprendizagem de trigonometria terão condições de lembrar da experiência vivida na escola e poderão voltar a utilizar o método para resolvê-lo já que as resposta dos alunos sugerem o armazenamento e a evocação dos conceitos trigonométricos.

Questão 2: Relate como foi a atividade realizada com medições e utilização do aplicativo em sala de aula, o que você aprendeu com a experiência? Você julga que a atividade foi importante para a sua aprendizagem? Justifique sua resposta.

Ao analisar a resposta dos alunos verifica-se que metade dos alunos trouxeram respostas significativas como mostrado abaixo:

A₁: "A atividade foi bem legal, saiu da rotina, que são as aulas teóricas. Aprendi um pouco mais sobre a trigonometria. Sim, pois as aulas práticas ajudam bem mais na aprendizagem."

A₂: "Na minha opinião foi válida a experiência para que eu e os demais colegas aprendêssemos o conteúdo, mas realmente, não acho que seja uma coisa que eu vá precisar utilizar na minha vida diariamente."

A₃: "Que podemos medir muitos lugares com a trigonometria, e isso dá uma grande utilidade a ela. Sim, foi importante, pois me mostrou que é útil em algo e me ajudou a entender melhor a matéria."

A₄: "Eu achei importante à atividade, pois, ela foi uma maneira de compreendermos melhor o conteúdo."

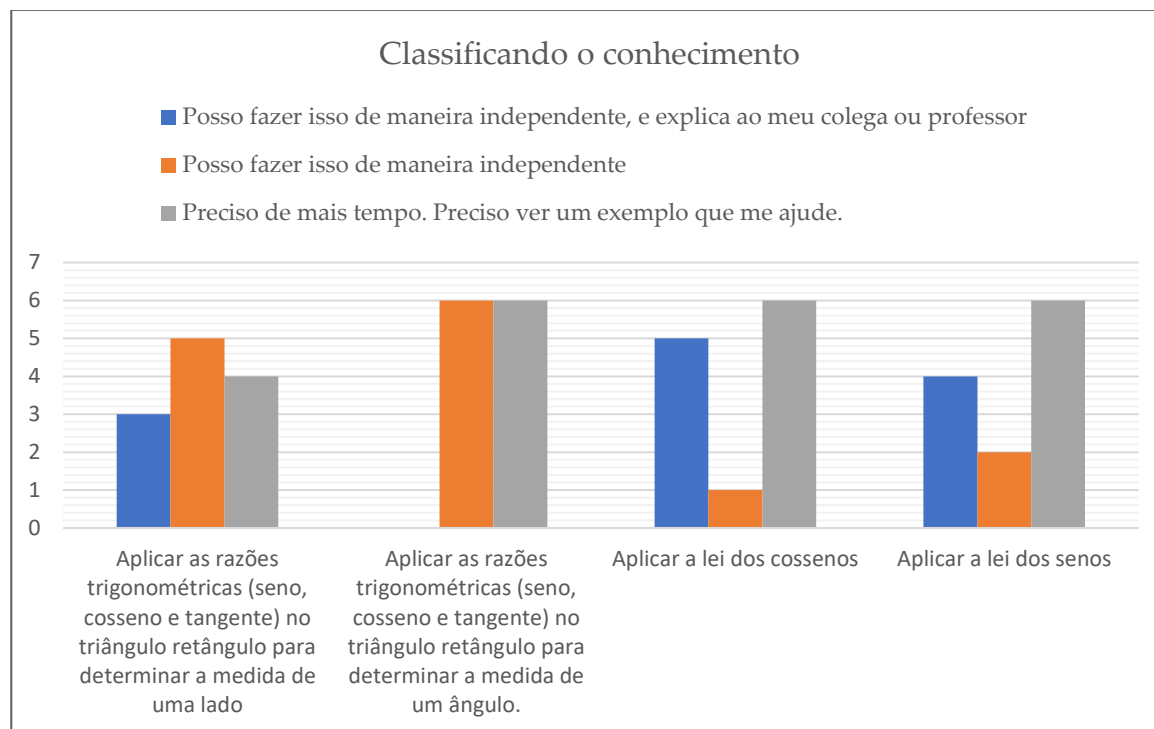
A₅: "Eu acho que foi uma ótima experiência como um novo método de aprendizado, e que aumentou o estímulo."

A₆: "Aprendi que é bem fácil medir a altura de prédios, sem utilizar uma trena gigante. Foi importante, pois com o trabalho de campo foi fácil fazer no caderno."

Percebe-se nessas respostas que com uma atividade que exigiu uma experiência prática e vários sentidos na coleta e manipulação dos dados, os alunos mostraram-se mais receptivos ao conteúdo e, também, aumentou o estímulo deles para a interação em aula. As respostas sugerem que as atividades práticas e as experiências realizadas fora da sala de aula tornam o conteúdo matemático mais atrativo para os alunos, e se os estudantes estão mais interessados fica mais fácil para qualquer educador ensinar.

Para complementar as duas primeiras perguntas em relação ao conhecimento de conceitos trigonométricos, foi aplicado um questionário com algumas perguntas e três possibilidades de respostas que destacam o nível de conhecimento dos alunos em relação à trigonometria conforme Figura 3.

Figura 3 – Gráficos com o número de respostas dependendo do nível de conhecimento de cada um dos alunos em relação à manipulação e aplicação de conceitos trigonométricos



Fonte: Autores.

Questão 4: Quando é preciso utilizar a lei dos senos, quais são os dados que o problema precisa fornecer?

Com essa pergunta o objetivo era que os alunos apresentassem um conhecimento mais específico sobre quando se utiliza a lei dos senos, o que o problema nos fornece geralmente para utilizar a lei dos cossenos e não a trigonometria no triângulo retângulo. Foi possível verificar que 11 dos 12 alunos responderam que o problema precisava fornecer dois ângulos e um lado do triângulo para utilizar a lei dos senos. Embora 91,6% dos alunos saibam quando devem aplicar a lei dos senos foi verificado com as respostas do questionário aplicado que as questões que exigiram a utilização da lei dos senos foi a que mais obteve erros. Acredita-se que isto aconteceu devido ao fato de ter sido trabalhado menos a lei dos senos nos exercícios do que a lei dos cossenos e, embora soubessem quando utilizar e alguns alunos inclusive escreveram a fórmula, os mesmos não souberam aplicar a fórmula de modo correto, o que mostra que conhecer fórmulas

sem o devido conhecimento de práticas não atende as necessidades do aluno na hora da aplicação e que o ensino através de fórmulas apenas, não traz uma construção de saber suficiente para os alunos aplicarem a fórmula para resolver os exercícios.

Questão 5: Quando é preciso utilizar a lei dos cossenos, quais são os dados que o problema precisa fornecer?

Novamente, nesta pergunta o objetivo era o mesmo que o da anterior e, mais uma vez, 91,6% dos alunos responderam corretamente. Nos exercícios do teste, os estudantes obtiveram melhor aproveitamento, pois foram exercícios que foram trabalhados com mais repetições e aplicações no livro didático, e também por os alunos já terem muito familiaridade com o Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$). A lei dos cossenos utiliza-se de parte do que diz o teorema de Pitágoras e adiciona apenas mais alguns dados ($a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos a$). A familiaridade de lidar com o Teorema de Pitágoras ajudou os alunos a aplicarem a lei dos cossenos nos exercícios colaborando para um melhor desempenho dos alunos.

Questão 6: Quantas questões você acredita que acertou? Qual nota você se daria caso pudesse avaliar todo o seu aprendizado e sua participação e dedicação nas aulas? Os resultados das duas perguntas respondidas pelos 12 alunos são apresentados na Tabela 6 abaixo

A partir da Tabela 6 é possível verificar que os alunos têm uma ótima percepção de seus aprendizados e de seu desempenho em sala de aula. No comparativo entre a autoavaliação e a avaliação aplicada depois de trabalhado todo o conteúdo, é possível verificar que os alunos compreendem por si, como está sendo seu aprendizado do conteúdo, o que vai de acordo com Black et al. (2002) citado por Boaler (2018), que afirma que os alunos são incrivelmente precisos na avaliação de sua própria compreensão, sem superestimá-la nem subestimá-la (2018, p. 132). Portanto, avaliações baseadas apenas no desempenho do aluno na prova é um método que deve ser repensado pelos professores, visto que, em sua maioria, ela apenas serve de comparação entre os demais colegas, muito pouco o aluno reflete sobre seu desempenho e o que precisa melhorar.

Tabela 6 – Tabela de comparação de notas

Nota autoavaliação	Avaliação professor
7,5 a 8,0	7
Disse que acertou só uma questão não colocou a nota	4
10	9,5
Disse que fez apenas uma questão, mas diz que tem se esforçado, participado e que o desenvolvimento está aumentando	4
8,5	6
7 a 8	7,5
8	9
8,5 a 10	9
8,5 a 9,5	8
8,5	9
6,8	6
9,7	9,5

Fonte: Autores.

4 CONCLUSÕES

O ensino-aprendizagem de matemática sempre é um enorme desafio para qualquer docente da área, mas por mais resistentes que alguns professores possam ser quanto a elaborar atividades lúdicas, este é um caminho que a educação como um todo deve seguir seja na matemática seja em outros componentes, nos diversos níveis da educação. Não podemos apenas ficar na teoria e no mundo das suposições, é preciso fazer experimentação e testes também, pois o mundo é feito de hipóteses e atividades práticas. Não é possível permanecer imutável com relação às mudanças de realidade, a educação atual exige buscas mais dinâmicas e ativas para contribuir com o aprendizado dos alunos.

Atualmente muito se fala sobre mudança na educação, para ocorrer mudanças é preciso arriscar caminhar por um caminho diferente e, quem sabe no futuro, estas tendências de ensino-aprendizagem que envolvem os alunos de forma ativa no processo de construção do conhecimento serão responsáveis por melhoras no processo educativo.

Com este trabalho foi possível concluir que é possível fazer matemática através de atividades práticas e com experiências lúdicas nos anos finais do ensino fundamental. Os resultados obtidos sugerem que existe uma possibilidade concreta de se trabalhar e obter resultados positivos com o aprendizado dos alunos, além de propiciar ambientes de aprendizado muito mais interativos e menos cansativos, visto que eles não ficam limitados apenas a copiar, prestar atenção na explicação, resolver exercícios e problemas que envolvem muito mais a sua imaginação do que realmente um problema que seria enfrentado na vida real.

Desta forma, ser um educador mediador e trazer a realidade para o aluno, é muito mais relevante para o seu aprendizado e para sua concepção do conteúdo. O discurso por si só não convence mais os alunos de sua importância, pois o que eles realmente querem é descobrir e ver como o discurso é na prática. Os resultados das experiências com atividades práticas serão sempre mais significativos, permitindo que os alunos lembrem no futuro, como resolver problemas de mesma ordem.

Nesta experiência os alunos demonstraram uma capacidade de autoavaliação e de autoconhecimento, o que permite repensar sobre novos métodos de avaliar o conhecimento, em detrimento às formas tradicionais de avaliação envolvendo aplicação de testes, provas e atribuição de notas. O professor pode e deve buscar alternativas que permitam que todos, dentro de suas limitações, demonstrem e avaliem seus aprendizados. No ambiente escolar, a aprendizagem de matemática deve exercer um papel, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), de formação intelectual, de modo a colocar a matemática a serviço da educação, ou seja, não apenas educar os alunos matematicamente através de cálculos e métodos. Neste sentido é importante elaborar atividades com diferentes temas e conteúdos que possam transformar a matemática escolar em uma ciência de experimentação e de descoberta, é essencial a aplicação das atividades com um roteiro pré-estabelecido para a organização tanto do professor quanto dos alunos.

Em um ambiente de construção de experiências educativas, o aluno passa a ser o principal agente de seu aprendizado e o professor atua como mediador, o poder

hierárquico não deve persistir como um limitador, as relações devem ser de confiança, onde os alunos possam conversar e trocar ideias sobre o assunto e ao mesmo tempo testar suas hipóteses. Nesta esfera, o professor passa a ser um orientador/mediador, mesmo com a responsabilidade do ensinar o seu papel é estimular e orientar a turma de alunos, a fim de encaminhar as diretrizes para a realização das atividades.

Desta forma, se o educador não tiver um roteiro com as etapas que precisa seguir e um ponto determinado em que quer chegar, é bem provável que perca o controle da turma e que fique desorientado no meio da atividade, não sabendo o que fazer tornando a sala de aula um ambiente que remete à ideia de que não existe aprendizado, devido à desordem dos alunos. Contudo, ao colocar em prática a atividade com um roteiro bem elaborado e com etapas específicas, essa dificuldade é superada, pois permite ao professor saber exatamente o seu papel, bem como o que deve realizar e exigir dos alunos para a aula continuar sendo produtiva.

Como limitante desta pesquisa, salientamos que se poderia ter trabalhado outros temas de outras áreas do conhecimento, para tornar ainda mais significativo a aprendizagem, entre as áreas do saber que poderiam ser aliadas, cita-se a história, a geografia, a arte e a educação física. Desafio posto para outros momentos no futuro, e a outros colegas educadores.

5 REFERÊNCIAS

AGOSTINI, Vanessa Wegner; TREVISOL, Maria Teresa Ceron. A experimentação didática no ensino de ciências: uma proposta construtivista para a utilização do laboratório didático. **Colóquio Internacional de Educação: Educação, diversidade e ação pedagógica**, Joaçaba, Sc, v. 1, n. 2, p.753-762, 2014.

BOALER, Jo. **Mentalidades Matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018. 256 p. Tradução de: Daniel Bueno.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ALMEIDA, Helber Rangel Formiga Leite de; GRACIAS, Telma Aparecida de Souza. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: Diferentes vozes em uma investigação. Belo Horizonte: Autêntica, 2018. 128 p.

BRASIL. Brasil. Ministério da Educação (Org.). **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 18 maio 2019.

DE OLIVEIRA, J. R. S. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente/Contributions and approaches of the experimental activities in the science teaching: Gathering elements for the educational practice. **Acta Scientiae**, v.12, n.1, 2012. 139-153.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. 23. ed. Campinas, Sp: Papyrus, 2017. 110 p.

EDUCAÇÃO, Todos Pela (Org.). **Cenários da educação**. 2019. Disponível em: <https://www.todospelaeducacao.org.br/pag/cenarios-da-educacao>. Acesso em: 7 out. 2019.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas, Sp: Autores Associados, 2012. 228 p. Coleção formação de professores.

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 47, p.917-938, 2013.

GADOTTI, Moacir. **Boniteza de um sonho: ensinar-e-aprender com sentido**. Novo Hamburgo: Feevale, 2003.

JÚNIOR, C. A. M; FARIA, N. C. **Memória**. *Psicol. Reflex. Crit.*, v.28, n.4.p. 780-788, 2015.

LOPES, T. B., HARDOIM, E. L. Utilização de aplicativos gratuitos para atividade de campo no ensino de trigonometria no triângulo retângulo. **Revista Exitus**, 2018, v. 8, 219 – 243.

MADRUGA, Z. E. F; KLUG, D. A função da experimentação no ensino de ciências e matemática: uma análise das concepções de professores. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**. 2015, v. 5, 57-68.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti. 3+1 e suas (In)Variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Lice. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 26, n. 44, p.1137-1150, 2012.

MÜLLER, Iraci. Tendências atuais de Educação Matemática. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**, v. 1, n. 1, p. 133-144, 2000.

ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho, *et. al.* Letramento em Matemática no PISA: o que sabem e podem fazer os estudantes?. *Zetetiké*, Campinas, SP, v.26, n.2, 2018.

ROSITO, Berenice Alvares. O ensino de ciências e a experimentação. In: MORAES, Roque (Org.). Construtivismo e ensino de ciências. 2ª ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2003. p. 195-208.

VERONEZ, Michele Dias; PEREIRA, Emanuelli. Os dizeres dos alunos de um curso de licenciatura em Matemática. Revista Sbem Rs: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA - RS, v. 1, n. 18, p.113-125, 2017.

ZORZAN, Adriana Salete Loss. ENSINO-APRENDIZAGEM: ALGUMAS TENDÊNCIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Revista de Ciências Humanas, Frederico Westphalen, Rs, v. 10, n. 8, p.77-94, 2007.