AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE TALES NA ESCOLA DO ENSINO SECUNDÁRIO DO KUITO-BIÉ/ ANGOLA

http://dx.doi.org/10.5902/2318133850657

Benjamim Ecolelo[1]
Pedro Chimbinda Avelino[2]

Resumo
Contribuir para o desenvolvimento da atividade Matemática no decorrer da avaliação da aprendizagem do 2º teorema de Tales apoiado em recursos informáticos na unidade da Geometria é o propósito deste artigo. De forma a tornar mais claro o seu objetivo, foram elaboradas tarefas e metodologia para a aprendizagem do 2º teorema de Tales, utilizando o software GeoGebra. Trata-se de aspetos como: avaliação de conteúdos matemáticos, o tratamento do 2.º teorema de Tales, avaliação e aprendizagem do teorema de Tales com o GeoGebra e os passos para aplicar o GeoGebra no tratamento do 2º teorema de Tales. A pesquisa enquadra-se no paradigma descritivo, seguindo uma abordagem explicativa e utilizou a metodologia de critério de expertos, com aplicação de questionários e entrevistas a 15 expertos e 300 alunos da 9ª classe de uma escola do Kuito-Bié/Angola. O resultado da pesquisa consistiu na elaboração de uma metodologia para o tratamento do 2º teorema de Tales com o uso da tecnologia, em que não se perde de vista a utilização de materiais manipuláveis, reforçados com a utilização de meios informáticos, melhorando assim o aspeto visual e desenvolvendo habilidades no trabalho com esses recursos informáticos. O emprego desta metodologia, depois da sua validação pelos expertos, levou os alunos a investigarem de forma facilitada os diferentes triângulos inscritos numa circunferência e os mesmos foram capazes não só de discriminar as características destas figuras geométricas, como também, reconhecê-las visualmente, determinando a amplitude de seus ângulos de acordo com uma classificação geométrica criada por si.
Palavras-chave: avaliação, teorema de Tales; Geogebra.

50657

EVALUATION OF THE LEARNING OF THE TALES THEOREM AT THE KUITO-BIÉ SECONDARY SCHOOL/ANGOLA

Abstract
Contribute to the development of mathematical activity during the process of evaluation of the learning of the 2nd Tales theorem supported by computer resources in the Geometry unity is a purpose of this article. In order to clarify the objective of the article, tasks and methodological suggestions for the treatment of the 2nd Tales theorem, using the GeoGebra software. In the development of the article, aspects such as: evaluation of mathematical content, treatment of the 2nd theorem of Tales, evaluation and learning of the Tales theorem with GeoGebra and steps to apply GeoGebra in the treatment of the 2nd Tales theorem. The research is part of the descriptive paradigm, following an explanatory approach and used the methodology of criteria of experts, with the application of a questionnaire and an interview with 15 experts and student’s 9th grade in a school in Kuito-Bié. As a result of the research, the methodology for the treatment of the 2nd

[1] Escola Superior Pedagógica do Bié, Angola. E-mail: mambeja@yahoo.com.br.
[2] Escola Superior Pedagógica do Bié, Angola. E-mail: pedroca6@icloud.com.

theorem was elaborated Tales with the use of technology, where the use of materials is not lost sight of manipulated, reinforced with the use of computerized means, thus improving the visual aspect and developing skills at work with these computer resources. With the use of this, after its validation by the experts, it was noticed that the students investigated the different triangles inscribed on a circumference and were able not to just to discriminate the characteristics of these figures, but also, to recognize them
visually, determining the amplitude of their angles according to a classification geometric design created by you.
Key-word: evaluation, Tales theorem; GeoGebra.

Introdução

A Matemática como ciência abarca um vasto conjunto de conteúdos cuja avaliação das aprendizagens se realiza dentro da prática letiva, considerando um determinado conjunto de ações e operações, que contribuem para o desenvolvimento do conhecimento referente à esta ciência por parte do aluno. Os conteúdos tratados em Matemática têm uma composição que abarca conceitos, proposições ou teoremas e procedimentos, os quais formam o seu grosso de conteúdos.

Para compreender como se detém os conhecimentos destes conteúdos na prática letiva é inolvidável considerar a avaliação. Sendo assim, torna-se importante conhecer os procedimentos que os professores utilizam no tratamento destas matérias e, de modo especial, como levam a cabo o processo de avaliação destes conteúdos, de forma específica, a avaliação da aprendizagem do 2.º eorema de Tales, realizado por computador com o apoio do software GeoGebra. No presente artigo se abordam esses processos de avaliação da aprendizagem do teorema apresentado acima, utilizando uma metodologia que recorre aos processos parciais.

Avaliação de conteúdos matemáticos

A avaliação tem sido utilizada em diferentes contextos, com diversos sentidos e significados, em função das dimensões científico-técnica e sociopolítica em que é concebido e aplicado (Ferreira, 2007). Muitos professores, quando são questionados sobre o que é a avaliação, pensam em questionários e testes (NCTM, 2014). Segundo Santos e Pinto (2018) a avaliação é

> uma forma particular de abordar, conhecer e compreender um determinado fenómeno; é uma forma singular de relação com certos fenómenos em função de um determinado propósito pessoal ou social, que passa pela recolha, análise e interpretação de dados para uma tomada de decisão sobre o valor desses dados, tendo em conta a razão de ser da avaliação e das suas finalidades. (p. 505)

Para melhor avaliar os conhecimentos o NCTN (2014), orienta que "a avaliação deve apoiar a aprendizagem de uma Matemática relevante e oferecer informações úteis quer para professores, quer para os alunos" (p. 91). Essa posição exorta os professores que têm considerado a avaliação como um acontecimento periódico, algo que é aplicado aos alunos que nem sempre os resultados são utilizados como uma oportunidade para melhorar a aprendizagem.

A respeito deste aspeto Santos e Santos (2019) consideram que no processo de avaliação podem distinguir-se quatro fases, planificar a avaliação, recolher os dados, interpretar a evidência e usar os resultados, não sendo necessariamente sequenciadas, devem servir como um guião em cada fase e caraterizada por ações e decisões que nela ocorre; nessas fases, se determinam o propósito da avaliação, as incidências das atividade, os métodos para recolher e analisar dados, os critérios para apreciar o desempenho e as formas de sintetizar os resultados a transmitir.

Ao avaliar os conteúdos matemáticos ensinados os professores devem fazer recurso à estas fases como maneira de organizar a sua prática letiva. Uma avaliação que auxilia e melhora uma Matemática é importante, por propiciar uma informação sumativa e formativa úteis, tanto para os professores como para os alunos. Sendo assim, deve se considerar a avaliação dos alunos como uma oportunidade para eles próprios controlarem a sua aprendizagem pelos processos de regulação inerentes a avaliação, uma vez que, os alunos aprendem também ao serem avaliado.

Os conteúdos matemáticos podem incorporar factos, conceitos, técnicas, valores. A sua aprendizagem realiza-se segundo as tipologias, que podem ser “aprendizagem de factos, aprendizagem dos conceitos e princípios, aprendizagem de procedimentos e aprendizagem de atitudes” (Zabala, 2010, p.41-48). Nesta conjuntura a classe dos conceitos e dos procedimentos são conhecimentos frequentemente utilizados no ensino, aprendizagem e avaliação em Matemática. Estes incluem régras, técnicas, métodos, destrezas ou habilidades, estratégias, entre outros elementos que compõem o processo. Por serem conjunto de ações, para a sua apredizagem são necessários três parâmentros: definir conforme as ações se realizam - motor/cognitivo; determinar o número de ações - poucas ações/muitas ações; ter presente o grau de determinação da ordem das sequências - *continuum* algorítmico/heurístico. Estes parâmetros determinam as particularidades da aprendizagem dos procedimentos.

Aprendizagem da Matemática

A aprendizagem da Matemática no campo escolar ou académico é consequência do ensino de diferentes conteúdos e tem efeito quando é confirmada pela avaliação. Tanto o ensino, quanto a aprendizagem são realizados dentro de um marco de ações do ato didático, que se desenvolve num sistema triangular que tem na base o docente e o conteúdo, no topo o aluno, e no centro uma interação de ensino-aprendizagem que para o sucesso deste mesmo ato que é preciso ser certificado pela avaliação (Arredondo; Diago, 2005).

Aprender é um desígnio universal e comum a todos os seres humanos (Dias, 2018), por isso, considera-se que a sobrevivência de qualquer ser vivo depende das suas capacidades de aprendizagem. Assim, enquanto processo psicológico a aprendizagem permite o planeamento, implantação e avaliação, materializados numa intervenção psicopedagógica intencionalizada.

O tratamento do 2.º teorema de Tales

O teorema de Tales é de suma importância, não porque seja mais importante do que outros teoremas matemáticos, mas porque é daqueles que no seu tratamento os professores se sentem menos preparados, quer a nível científico, quer a nível didático. É talvez por aquele no qual menos se investe a nível curricular.

Relativamente ao teorema em causa Proclus considera que Tales “descobriu muitas proposições ele próprio, e instruiu seus sucessores nos princípios que regem muitas outras, seu método de estudo sendo em certos casos mais geral, em outros mais empíricos” (Bogiovanni, 2007, p. 96).

Foi também Proclus que atribuiu a Tales ter afirmado ou demonstrado pela primeira vez que: um ângulo inscrito numa semicircunferência é reto; os ângulos opostos pelo vértice são iguais; os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais; um círculo é dividido igualmente pelo seu diâmetro; se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado são iguais aos dois ângulos e um lado do outro, então estes triângulos são congruentes.

Um dos teoremas centrais no estudo da Geometria plana é o denominado Teorema de Tales, cujo enunciado clássico é: se um feixe de retas paralelas é intercetado por duas retas transversais, então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais.

O teorema anterior encontra a sua origem na resolução de problemas práticos envolvendo paralelismo, proporcionalidade e está no cerne da relação entre o geométrico e o numérico. A primeira publicação de que se tem notícia da substituição do nome de Teorema dos segmentos proporcionais pelo de Teorema de Tales consta do livro francês *Éléments de la géométrie* (Silva, 2019). Em alguns países como, por exemplo, Alemanha, o Teorema de Tales tem um outro enunciado: “Todo triângulo inscrito numa semicircunferência é retângulo (Leite, 2017). Em outros países este enunciado é conhecido como consequência importante do teorema de Tales ou 2º teorema de Tales, e é a este, cuja avaliação do tratamento metodológico utilizando o software GeoGebra, nos referimos no presente artigo.

O processo do tratamento metodológico do 2º teorema de tales é definido como

> o processo metodológico de direção e transmissão que realiza o professor com os seus alunos tendo em conta os três processos: (1) Busca do teorema, (2) Busca da ideia da solução e, (3) Representação da demonstração; processos estes conhecido com processos parciais de tratamento de teoremas (…); o uso desses processos permite aos próprios alunos encontrarem o teorema, a ideia da demonstração com ajuda do professor; e a aprendizagem do 2º teorema de Tales, entende-se como o domínio que possuem os alunos do enunciado do teorema, de sua demonstração e sua aplicação na solução de exercícios e tarefas. (Ecolelo; Chicapa, 2018, p. 4)

Para melhor se poder tratar metodologicamente o teorema acima há necessidade de se recorrer ao cálculo e a figuras geométricas que auxiliam esse processo. A Geometria pode ser tratada a diferentes níveis: a nível mais elevado a Geometria é uma parte da Matemática, de certo modo, axiomaticamente organizada. A nível mais baixo a Geometria é essencialmente compreender o espaço em que a criança vive, respira e se move. No espaço onde a criança deve aprender a conhecer, explorar, conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor. Ainda se insiste na importância de que a Geometria quando vai ser aprendida deveria estar intimamente ligada à realidade e no seu tratamento, deve se envolver outras áreas como a utilização da tecnologia, conforme acontece neste artigo. A Geometria só pode ser cheia de significado se explorar a relação que tem com o espaço experimentado.

Avaliação da aprendizagem do teorema de Tales com o GeoGebra

No presente artigo a avaliação da aprendizagem do 2º Teorema de Tales foi realizada pela execução de um conjunto de tarefas em correspondência com os processos parciais desde uma perspetiva construtivista com o apoio do GeoGebra.

Os processos parciais utilizados na avaliação da elaboração do teorema estruturaram-se de forma a prevenir três problemas que se têm constatado: uma suposição; uma ideia e um plano de demonstração; uma exposição compreensível da demonstração; todos realizados a partir do GeoGebra. As tarefas para a avaliação do tratamento metodológico deste teorema desenvolveram-se mediante as etapas de diagnóstico, planificação, execução e avaliação.

Nas etapas anteriores se atenderam invariavelmente três dimensões que caracterizaram a variável objeto de investigação: a projeção e organização da avaliação da aprendizagem do tratamento metodológico do teorema a nível do currículo; a avaliação da aprendizagem do tratamento metodológico do teorema utilizando os processos parciais por parte de professores; a aplicação do mesmo tratamento metodológico do teorema por parte dos alunos, numa perspetiva construtivista, com a visualização produzida pelo GeoGebra como base para a adequada avaliação do seu processo de ensino-aprendizagem.

A etapa de diagnóstico contou com as tarefas: projeção e organização da metodologia para avaliação do tratamento do teorema com apoio do GeoGebra por parte de professores; projeção do processo da avaliação da aprendizagem do teorema, explicitando-o nos planos de aulas; aplicação na prática avaliativa dos professores da metodologia da aprendizagem do teorema utilizando o GeoGebra por parte dos alunos.

Foram selecionados e socializados os materiais de consulta para o tratamento deste conteúdo, e elaborados os que não se disponham. Foram selecionados os objetivos com intencionalidade para aplicar os processos parciais e a tecnologia informática na avaliação do tratamento metodológico da aprendizagem do teorema de Tales.

Foram projetadas tarefas de aprendizagem cujas exigências estiveram orientadas a estimular os esforços cognitivos dos alunos, para a identificação da variedade e efetividade dos processos parciais, utilizando a tecnologia no tratamento metodológico do teorema, dentro do tema de polígonos inscritos em uma circunferência.

Foram planificadas tarefa de aplicação da metodologia de avaliação da aprendizagem do tratamento do teorema para os alunos.

Foram planificadas tarefas de aprendizagem nas quais os alunos manifestaram a compreensão alcançada a partir da identificação, aplicação dos processos parciais e o uso da tecnologia no tratamento deste teorema.

Foram projetadas tarefas cujas exigências orientam os alunos a modelação dos processos de busca do teorema, busca da ideia da demonstração e representação da demonstração, processos aplicados no tratamento metodológico do teorema no GeoGebra, como parte da sua aprendizagem.

Foram Planificadas tarefas dirigidas a aplicação consciente dos processos parciais para realizar a visão retrospetiva e perspetiva, favorecendo a discussão sobre a via de solução mais racional ou a que resulta mais interessante; verificar a obtenção de formas diferentes das já aplicadas; determinar a possibilidade de aplicar o resultado ou este método em outros teoremas.

Etapa de planificação e execução: nesta etapa foram planificadas e executadas as tarefas projetadas na etapa anterior, dentro do tema que se enquadra nos triângulos inscrito sobre o diâmetro de uma circunferência, existente no programa da 9ª classe do I Ciclo do Ensino Secundário no capítulo da Geometria. Durante esta etapa, foram ainda, selecionados e utilizados nos manuais de apoio da 9ª classe, problemas que favoreçam a aprendizagem deste teorema, utilizando os processos parciais, nas suas diversas formas com o apoio de GeoGebra.

Etapa de avaliação: a etapa da avaliação teve um carater transversal. Atravessou cada uma das etapas anteriores. Teve como sugestão controlar e avaliar sistematicamente os processos seguidos em cada uma das etapas, bem como os seus resultados. Da etapa do diagnóstico foi necessário avaliar os objetivos propostos em função da aplicação da metodologia, contribuindo assim, para uma adequada formação matemática e didática dos alunos, assim como a sua formação geral. Para momentos posteriores, se quere elevar ou diminuir o nível de exigências dos mesmos, nesta mesma ordem, faz-se uma análise em torno dos conteúdos avaliados.

Quanto aos instrumentos que se utilizaram para o diagnóstico do nível de conhecimento dos alunos e o desenvolvimento de habilidades na aprendizagem do tratamento do teorema, sugeriu-se analisar de forma comparativa com as práticas de avaliação das aprendizagens nos teoremas já aprendidos.

As tarefas das etapas de planificação e execução foram consideradas indicadores para avaliar o transcurso de cada uma delas.

Passos para aplicar o GeoGebra no tratamento do 2º teorema de Tales

Foram utilizados um conjunto de passos no desenvolvimento das quatro etapas e suas tarefas que fizeram parte deste estudo, conforme se apresenta a seguir:

- estudar detalhadamente o teorema a partir das condições pessoais que se necessitam e sua complexidade: características da escola e do pessoal envolvido nela, e o nível de habilidades que possuem para utilizarem esta ferramenta pedagógica;

- diagnosticar as condições operacionais que possuem, em termos tecnológicos e do domínio dos softwares por parte dos alunos e da escola;

- tratar o processo de busca do teorema, inicialmente mediante o emprego dos materiais didáticos físicos concretos, processos operativos manuais, como condição indispensável.

- representar digitalmente o passo anterior no GeoGebra como ferramenta didático de apoio que possibilita uma visualização ótima de todos os passos, bem como medidas certas, neste caso, trata-se do material de Geometria dinâmica;

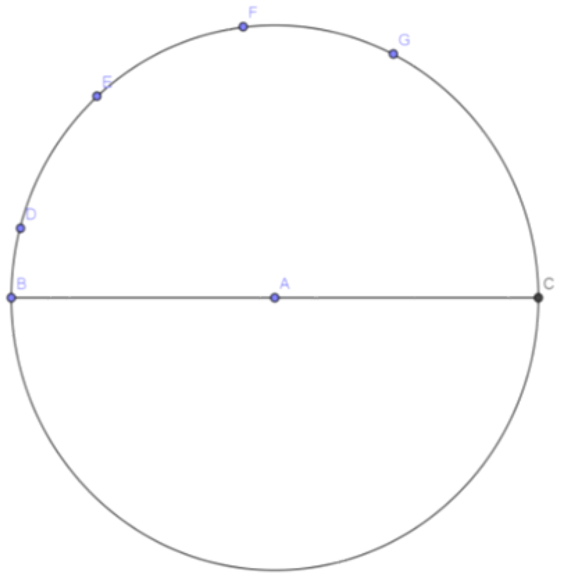
- formular o enunciado do teorema.

Desta base se apresenta o tratamento do 2º teorema de Tales com o apoio do software GeoGebra, de acordo os processos parciais do tratamento metodológico dos teoremas.

Exemplo: pediu-se aos alunos que prestassem atenção ao processo de aprendizagem da busca do teorema dos triângulos inscritos sobre o diâmetro de uma circunferência, utilizando do software GeoGebra.

Passo 1: o professor inicia a buscar o teorema criando uma situação problema. Para isto utilizou a seguinte tarefa, acompanhada de um gráfico apropriado: um quadro com uma circunferência de centro A e um diâmetro 1 e os pontos D, E, F e G, conforme figura abaixo.

Figura 1 -
Circunferência de centro A, Diâmetro BC e pontos D, E, F e G.



A partir deste foram criados os triângulos ⊿BCD, ⊿BCE, ⊿BCF e ⊿BCG, em que se calcula a amplitude dos ângulos nos pontos D, E, F e G.

Na elaboração conjunta com os alunos se chega a conclusão de que a amplitude do ângulo com vértice no ponto B vai diminuindo ao formarem-se os triângulos ⊿BCD, ⊿BCE, ⊿BCF e ⊿BCG e vai aumentando a amplitude do ângulo com vértice no ponto C. Desta maneira se encontrou uma regularidade que permitiu calcular os ângulos dos pontos D, E, F e G. conforme se observa abaixo, a partir dos resultados realizados com o GeoGebra.

Figura 2 -
Vértice do ângulo no ponto C.

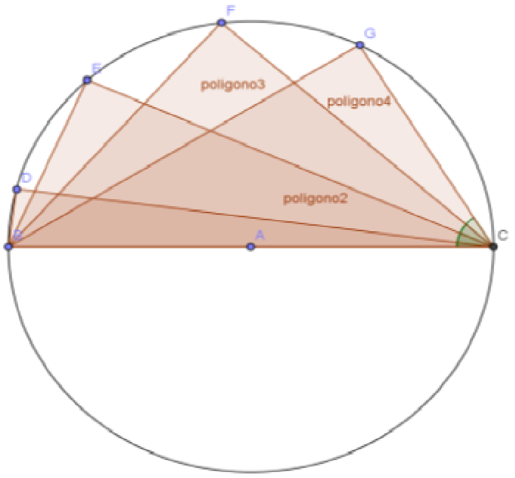
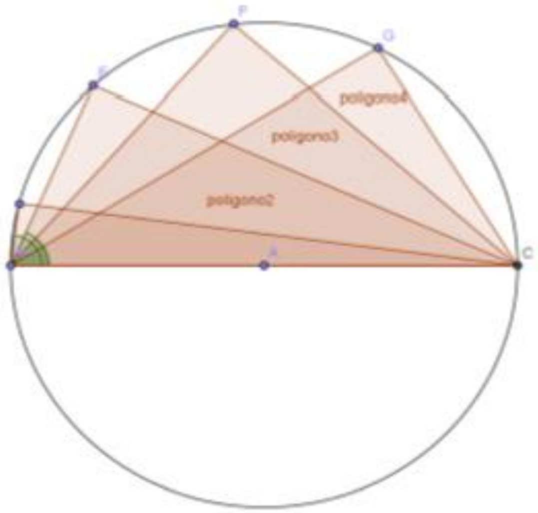
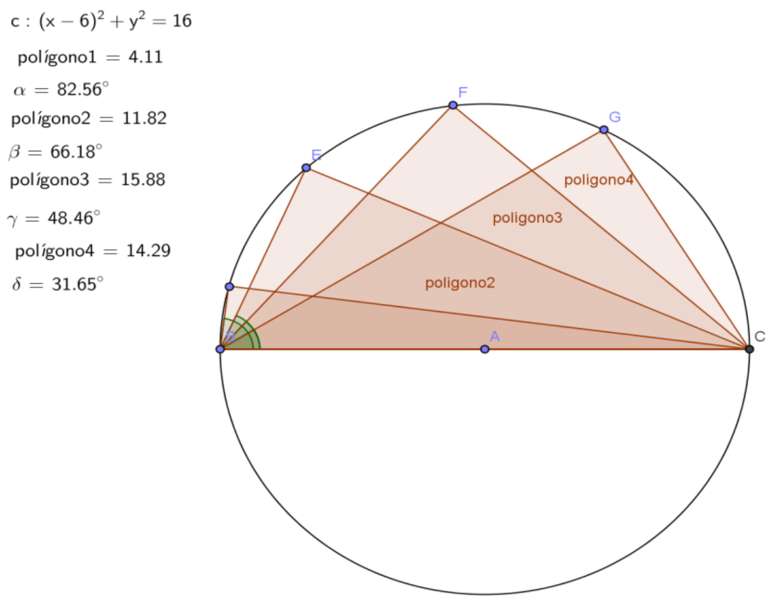


Figura 3 -
Vértice do ângulo no ponto B.



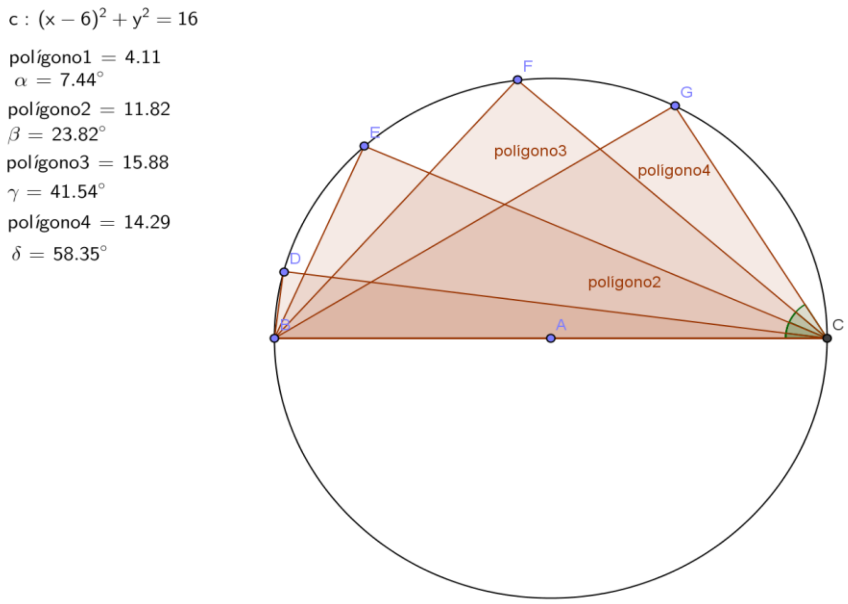
Passo 2: para encontrar uma suposição baseia-se em conclusões com antecedência. Assim, por exemplo, sabendo-se que em um triângulo pode ter-se dois ângulos agudos, sem dúvidas que um, mas um só angulo é reto, ou só e somente um é obtuso, temos o exemplo a seguir.

Figura 4 -
Exemplo do primeiro caso de triângulos com amplitude dos ângulos no ponto B.



Para ⊿BCD, α = 82,56º; para ⊿BCE, α = 66,18º; para ⊿BCF, α = 48,46º e para ⊿BCG, α = 31, 65º. Portanto, comprova-se, a medida que os pontos tendem ao ponto C, a Amplitude do ângulo no ponto C vai diminuindo.

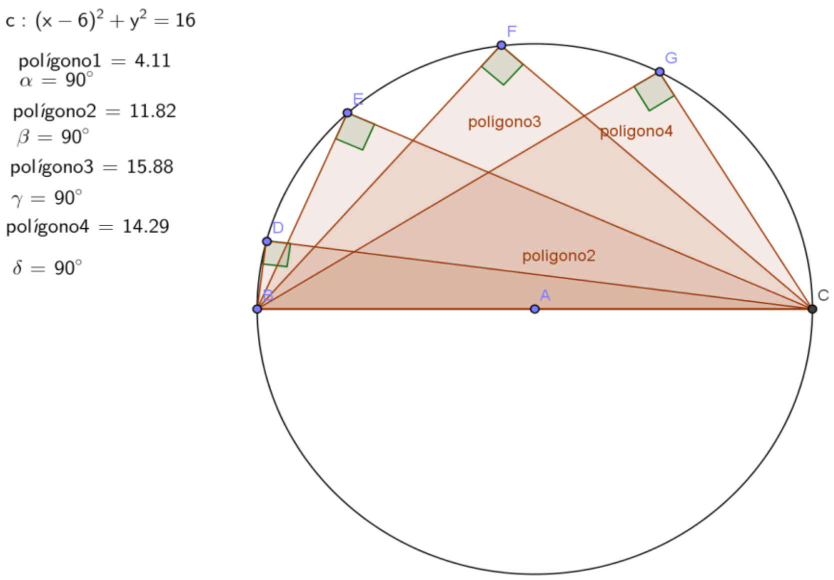
Figura 5 -
Exemplo do segundo caso de ângulos dos triângulos com amplitude no Ponto C.



Para ⊿CBD, α = 7,44º; para ⊿CBE, α = 23,54º; para ⊿CBF, α = 41,54º e para ⊿CBF, α = 58,35º; logo. A medida que os pontos vão se aproximando ao ângulo, ou seja, ao ponto C a amplitude vai aumentando.

Este comportamento dos ângulos leva o aluno a chegar a uma conclusão a respeito disto, mas para que tal aconteça e favoreça a aprendizagem dos alunos o professor elaborou triângulos e mediu as amplitudes de seus ângulos na parte interior do arco da circunferência. Em seguida comparou os resultados com os exemplos anteriores.

Figura 4 -
Triângulo com medidas de amplitude dos ângulos nos pontos D, E, F e G.



Passo 3: com ajuda das ideias do passo anterior esboçamos uma ideia e um plano de solução que os alunos realizam com uma independência, em que se verifica que a amplitude dos ângulos com vértices nos pontos D, E, F e G é constante; isto é, para o ⊿DBC, $\alpha = 90º$; para o ⊿EBC, $\alpha = 90º$; para o ⊿FBD, $\alpha = 90º$ e para o ⊿GBC, $\alpha = 90º$.

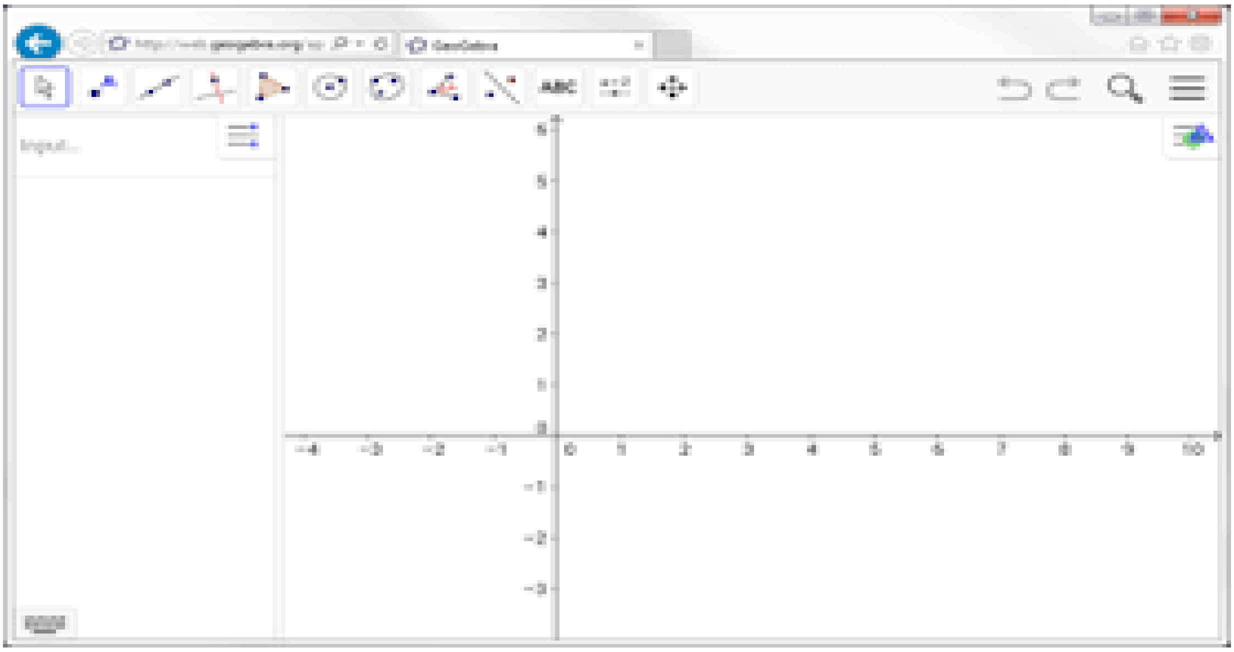
Com base ao exemplo anterior é possível formular o teorema, que neste caso é o seguinte: todo triângulo construído sobre o diâmetro de uma circunferência tem uma amplitude de 90º ao longo de seu arco, logo é retângulo.

Passo 4: tendo em conta o enunciado do teorema perguntas podem surgir, tais como, se se comprova a veracidade deste teorema em todos os casos possíveis; assim, para consolidar a aprendizagem dos alunos e prepará-los para o processo de avaliação, então existe a necessidade de demonstrar a veracidade do teorema.

Para a busca do teorema durante a aprendizagem do seu tratamento são descritas quatro fases que são: orientação até ao problema, trabalho com o problema, solução do problema e avaliação da via de solução.

Sendo assim, tanto na aprendizagem, quanto na avaliação do tratamento do teorema em referência utilizou-se o software GeoGebra.

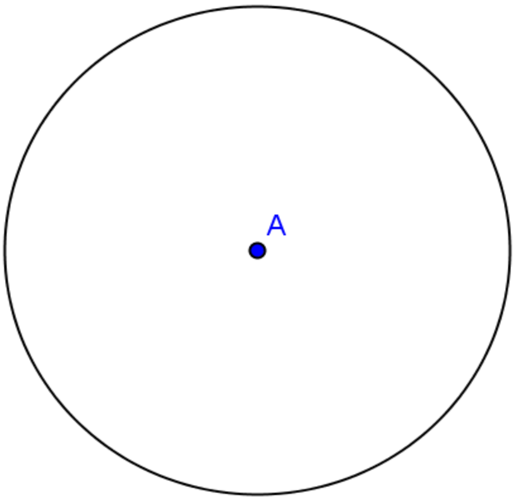
Figura 7 -
Vista principal do GeoGebra



Para a demonstração do teorema com o GeoGebra deve se ter em conta os passos a seguir:

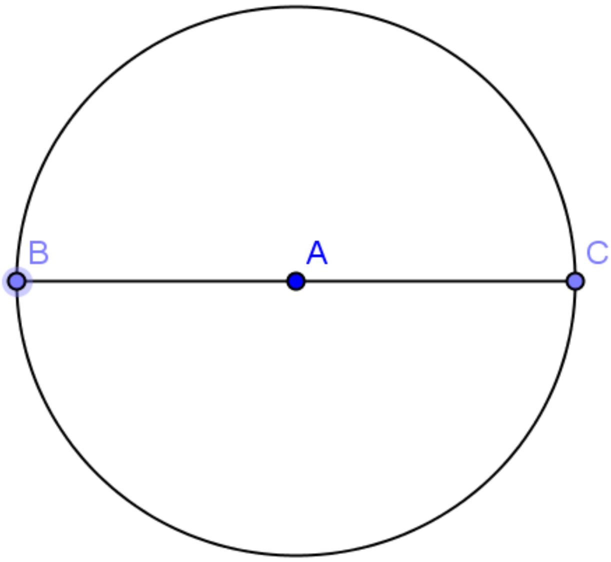
1º: a partir da barra de comandos do GeoGebra seleciona-se circunferência e aponta-se para a opção raio e centro; como resultado temos a figura abaixo.

Figura 8 -
Circunferência de centro.



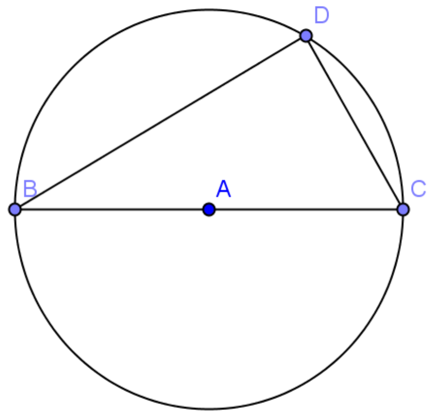
2º: no comando reta, apontar para dois pontos e selecionar segmento de reta, em seguida fixa-se em cada uma das extremidades da circunferência passando pelo centro, formando se assim o diâmetro $\overline{BC}$.

Figura 9 -
Exemplo do diâmetro.



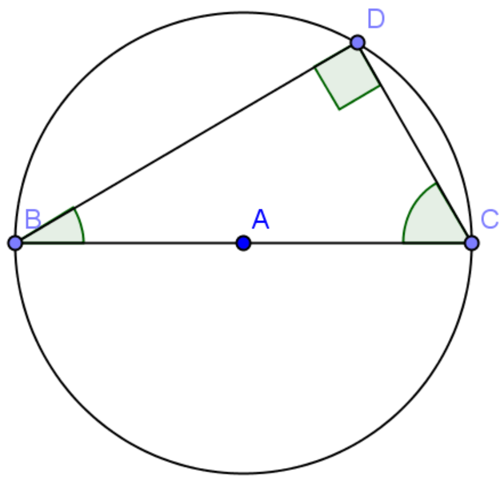
3º: para criar o triângulo repete-se o mesmo procedimento e clica-se sobre um dos pontos da extremidade até um ponto qualquer do arco da circunferência, construindo-se assim um triângulo.

Figura 5 -
Construção do triângulo.



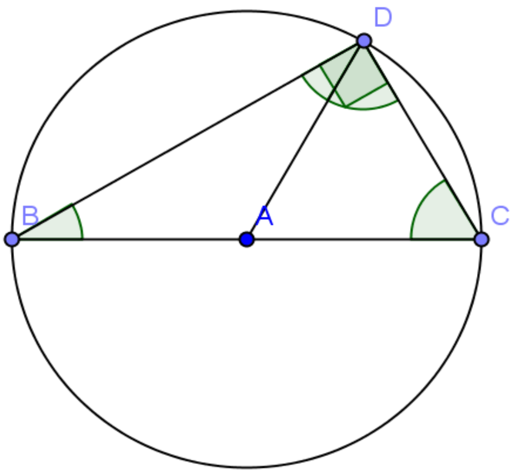
4º: calculam-se os ângulos do triângulo a partir da ajuda de entrada, apontando para Geometria, selecionar ângulo; no painel abaixo, aponta-se para ângulo <ponto>, <vértice>, <ângulo>, seguido de colar. No comando de entrada escrever em letras maiúsculas os pontos cujos ângulos se querem determinar. Essa operação resulta em imagem de um triângulo com medidas dos ângulos conforme se apresenta no exemplo abaixo.

Figura 11 -
Triângulo com ângulos determinados.



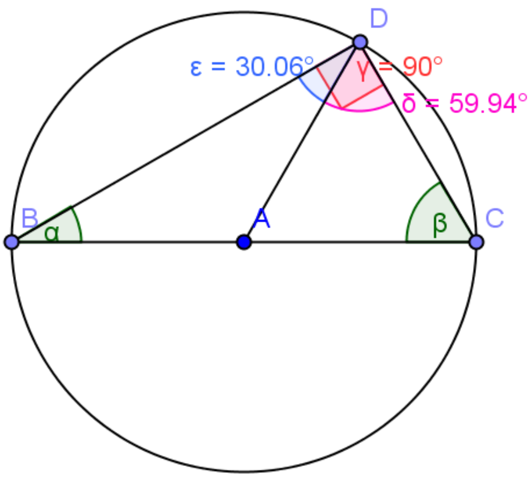
5º: com os comandos já conhecidos faz-se uma união do ponto D ao ponto A, seguido do cálculo destes dois ângulos através da barra de entradas.

Figura 62 -
Triângulo retângulo dividido ao meio.



6º: apresentam-se as medidas reais do triângulo acima; isto é, $\angle\alpha = 30º$; $\angle\beta = 60º$ e $\angle\gamma = 90º$.

Figura 7 -
Triângulo com medidas do ângulo reto dividido.



7º: demonstra-se que a soma dos ângulos interiores de um triângulo é igual a 180^{o}, figura acima, isto é:

$$\angle\alpha + \angle\beta + \gamma = 180^{o} \qquad \overline{AB} = \overline{AD}$$

$$\gamma = \varepsilon + \delta \qquad \angle\alpha = \angle\varepsilon$$

$$\overline{AD} = \overline{AC}$$

$$\angle\beta = \angle\delta$$

Fazendo α e β em $\gamma_{1,2}$ temos:

$$\gamma_1 + \gamma_2 + (\gamma_1 + \gamma_2) = 180^{o}$$

$$2\gamma_1 + 2\gamma_2 = 180^{o}$$

$$2(\gamma_1 + \gamma_2) = 180^{o}$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \frac{180^{o}}{2}$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 90^{o}$$

Através da figura e usando as medidas têm o que se queria demonstrar.

Metodologia para o tratamento do 2º teorema de tales com o GeoGebra

Utilizou-se a metodologia do critério de expertos (Almenara; Osuna, 2013), a partir da determinação da competência, utilizando a autoavaliação pelo próprio experto ou por outros. Este procedimento está condicionado pela mediação de uma propriedade tão complexa como é a competência que só pode fazer-se realmente, através das próprias pessoas.

Nesta metodologia a competência dos expertos se determina mediante o coeficiente de competência (K), o qual se calculou de acordo com as opiniões dos expertos sobre o nível de conhecimento que possuem acerca da metodologia que se tratou, no nosso caso o tratamento metodológico de teoremas geométricos, especificamente, o 2º teorema atribuído à Tales com o apoio do GeoGebra, com as fontes que permitem argumentar seus critérios. Este coeficiente é calculado pela fórmula seguinte:

$$K = \frac{1}{2}\left(Kc + Ka\right)$$

Sendo *Kc* o coeficiente de conhecimento ou informação que tem o experto acerca do problema, calculado sobre a valoração do próprio experto, numa escala de 0 a 10 multiplicado por 0,1. Desta forma, a avaliação 0 indica que o experto não tem absolutamente nenhum conhecimento da problemática correspondente, e a avaliação 10, significa que o experto tem pleno conhecimento da mesma problemática. *Ka*, o coeficiente de argumentação ou fundamentação do critério de experto, obtido como resultado da soma dos pontos alcançados a partir de uma tabela padrão.

Resultados da consulta aos expertos

Para a aplicação deste método tivemos uma população de 15 possíveis expertos, aos quais foi aplicado um questionário e uma entrevista com finalidade de determinar sua preparação para emitir juízos valorativos de consideração a partir de seus conhecimentos, utilizando a tabela de valores do coeficiente de conhecimento (Kc), do coeficiente de argumentação (Ka) e do coeficiente de competência (K) dos expertos.

Tabela 1 -
Tabela de valores do coeficiente de conhecimento, argumentação e competência dos expertos.

Expertos	Coeficiente de Conhecimento (Kc)	Coeficiente de argumentação (Ka)	Coeficiente de competência (K)
1	0,90	1,00	0,95
2	0.80	0.90	0.85
3	0.70	0.60	0,65
4	0,80	1,00	0,90
5	0,90	0,80	0,85
6	0,80	0,90	0,85
7	0,90	1,00	0,95
8	0,60	0,50	0,55
9	0,90	0,90	0,90
10	0,80	1,00	0,90
11	0,80	0,90	0,85
12	0,80	1,00	0,90
13	0,80	0.90	0,85
14	0,80	0,90	0,85
15	0,50	0,70	0.60

Fonte: autores.

A partir dos resultados da tabela acima verifica-se que dos 15 expertos consultados somente 12 expertos foram apurados, tendo em conta a auto-avaliação que realizaram sobre tema em questão, assim como suas categorias docentes e investigativas, considerando ainda a experiência que possuem na formação profissional para o ensino secundário no ramo da Geometria, ademais, da diversificação dos possíveis expertos enquanto a sua ocupação e experiência em trabalho educativo.

Os mesmos expertos foram selecionados por terem disposição para executar as ações previstas e para contribuir na realização crítica e valorativa da situação a que foram submetidos com os outros especialistas e que permitiram contrapor opiniões e chegar a emitir juízos, conclusões e relacionamento de valores, que posteriormente relevaram o aperfeiçoamento da metodologia. Entre os 12 expertos selecionados 25% possuem o grau científico de doutor, professores de Matemática, 50% tem a categoria de mestre, destes 4 são professores do II Ciclo, e 25% não presentam categoria científica.

De acordo a categoria docente destes 25% possuem categoria de professor titular e 15% são professores auxiliares, 35% são assistentes; 6 expertos são professores com bastante experiência no trabalho de lecionar Geometria e são conhecedores da matéria em investigação, os outros são professores angolanos que trabalham no ensino médio, superior e no I Ciclo no Bié, República de Angola. Os mesmos expertos foram submetidos a um questionário com seis itens, para assinalarem uma opção para cada, com uma escala de 1 a 5. Assim, para a interpretação desta tomou-se como critério o coeficiente de competência (K) de cada experto conforme a entrevista que se submeteu a consideração dos mesmos para a validação da metodologia; ademais, os resultados das respostas destes foram submetidos ao processamento estatístico para provar a sua concordância, conforme se verifica nos resultados abaixo.

Os resultados por categorias, seguem a prova de concordância, os expertos coincidem em considerar entre bastante adequada e adequada a pertinência da metodologia, o que significa que é válida em sua pertinência e factibilidade e deve ser aplicada.

Tabela 2 -
Prova de concordância dos expertos.

Questionário	Critério 1: muito adequada	Critério 2: adequada	Critério 3: não faz diferença	Critério 4: inadequada	Critério 5: muito inadequada	Total
P-1	6	3	1	1	1	12
P-2	5	4	1	1	1	12
P-3	8	1	1	1	1	12
P-4	6	2	2	1	1	12
P-5	8	1	1	1	1	12
P-6	7	2	1	1	1	12

Fonte: autores.

Para a obtenção dos resultados foram empregues os passos que conformam a metodologia de critérios de expertos que são: elaboração da tabela de frequências acumuladas; elaboração de frequências relativas acumuladas; eliminando as últimas colunas, procurando assim os quatro pontos de corte; busca da imagem de cada valor pela inversa da curva normal.

Os pontos de cortes foram obtidos dividindo a soma dos valores correspondentes a cada coluna entre os números de passos. Estes pontos de cortes nos servem para determinar a categoria ou o grau de adequação de cada passo da metodologia, segundo a opinião dos expertos consultados, assinalando assim as regiões críticas dos valores a adotar.

Tabela 3 -
Matriz de frequências acumuladas.

	Critério 1	Critério 2	Critério 3	Critério 4	Critério 5
P-1	6	9	10	11	12
P-2	5	9	10	11	12
P-3	8	9	10	11	12
P-4	6	8	10	11	12
P-5	8	9	10	11	12
P-6	7	9	10	11	12

Fonte: autores.

Tabela 4 -
Matriz de frequências relativas acumuladas.

	Critério 1	Critério 2	Critério 3	Critério 4
P-1	0,5	0,75	0,8333	0,9167
P-2	0,4167	0,75	0,8333	0,9167
P-3	0,6667	0,75	0,8333	0,9167
P-4	0,5	0,6667	0,8333	0,9167
P-5	0,6667	0,75	0,8333	0,9167
P-6	0,5833	0,75	0,8333	0,9167

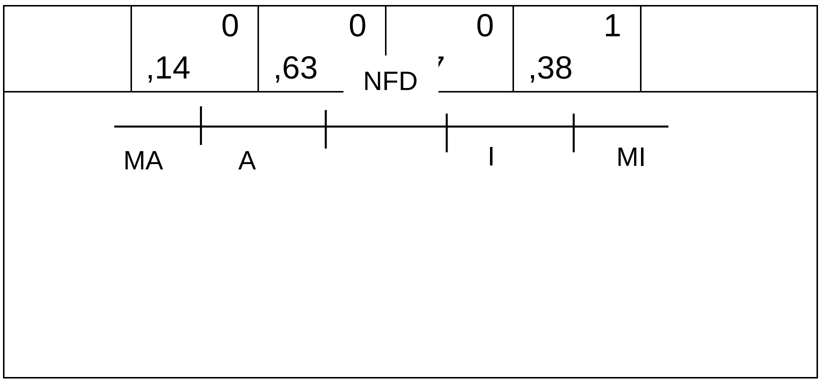
Tabela 5 -
Matriz de cada um dos valores das células da tabela de frequências relativas acumuladas, pela inversa da curva normal.

	Critério 1	Critério 2	Critério 3	Critério 4	Soma	Média	N-P
P-1	0	0,67	0,97	1,38	3,02	0,76	0,02
P-2	-0,21	0,67	0,97	1,38	2,81	0,7	0,08
P-3	0,43	0,67	0,97	1,38	3,45	0,86	-0,08
P-4	0	0,43	0,97	1,38	2,78	0,7	0,08
P-5	0,43	0,67	0,97	1,38	3,45	0,86	-0,08
P-6	0,21	0,67	0,97	1,38	3,23	0,81	-0,03
∑	0,86	3,78	5,82	8,28	18,74		
Pontos de corte	0,14	0,63	0,97	1,38	3,12	0,78	= N (Média. Gen.)

N= 18,74/6x4= 0,78

Os pontos de corte servem para determinar a categoria ou grau de adequação de cada pergunta, segundo a opinião dos expertos consultados.

Tabela 6 -
Pontos de corte.



Portanto, avaliando a pertinência e factibilidade da metodologia para avaliação e aprendizagem do tratamento do 2º teorema de tales com apoio do GeoGebra, no I Ciclo do Ensino Secundário segundo as perguntas de entrevista por questionário realizada aos expertos e seu processamento estatístico se tem as seguintes categorias.

Tabela 7 -
Resultados por categoria segundo a prova de concordância.

Preguntas	Muito adequado	Adequado	Não Faz diferença	Inadequado	Muito inadequado
1	Sim	-	-	-	-
2	Sim	-	-	-	-
3	Sim	-	-	-	-
4	Sim	-	-	-	-
5	Sim	-	-	-	-
6	Sim	-	-	-	-

Fonte: autores.

Conclusões

Depois de ter desenvolvido o trabalho chegou-se as conclusões que a metodologia para avaliação e aprendizagem do tratamento do 2º teorema de Tales com o GeoGebra que se apresenta, considera os nexos necessários que se deve revelar entre um conjunto de tarefas e a utilização das tecnologias tendo em conta as etapas de diagnóstico, planificação, execução e avaliação, como vias expeditas para melhorar o processo de aprendizagem e avaliação desta matéria no II Ciclo.

Notou-se, ainda, que a metodologia ora elaborada foi submetida aos expertos na matéria e consideram-na de muito adequada e necessária para o desenvolvimento de habilidades no processo de ensino-aprendizagem da Geometria nos alunos da 9a classe.

Referências

ALMENARA, Julio Cabero; OSUNA, JULIO Barroso. La utilización del juicio de experto para la evaluación de TIC: El coeficiente de competência experta. *Bordo - Revista de Pedagogía*, Madrid, v. 65, n. 2, 2013, p. 25-38.

CASTILLO ARREDONDO, Santiago; CABRERIZO DIAGO, Jesús. *Evaluación de programas de intervención socioeducativa*: agentes y âmbito. Madrid: Pearson Educación, 2005.

BOGIOVANNI, Vincenzo. O teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. *REVMAT - Revista eletrónica de Matemática*, Florianópolis, v. 2, n. 5, 2007, p. 94-106.

DIAS, Diana. *Psicologia da aprendizagem*: paradigmas, motivação e dificuldade. Lisboa: Sílabo, 2018.

DUVAL, Raymond. *Semiosis e pensamento humano*. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

ECOLELO, Benjamim; CHICAPA, Carvalho Nunes. A utilização do GeoGebra no tratamento metodológico do Teorema de Tales. *Revista Órbita Pedagógica*, Huambo, v. 3, 2018, p. 1-11.

FERREIRA, Carlos Alberto. *A avaliação no quotidiano da sala de aulas*. Porto: Porto, 2007.

LEITE, Rubervan da Silva. Formação de professores de Matemática e tecnologia digital: um estudo sobre o teorema de Tales. São Paulo: PUCSP, 2017. 156 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

NCTM. *Princípio para a ação*: assegurar a todos o sucesso em Matemática. Lisboa: APM, 2014.

SANTOS, Elvira L; Santos, Leonor. O papel do GeoGebra nas prática de regulação do ensino da área do paralelogramo. *Quadrante*, Lisboa, v. 28, n. 1, 2019, p. 6-26.

SILVA, Marcos dos Santos. *O uso do teorema Rouché-Capelli na resolução de sistemas lineares*. Dissertação (mestrado em Matemática). Campina Grande: UFCG, 2019. 90f. Universidade Federal de Campina Grande.

ZABALA, Antoni. *Prática educativa*. Porto Alegre: Artmed, 2010.

Benjamim Ecolelo é professor no Departamento de Ciências Exatas da Escola Superior Pedagógica do Bié.
Orcid: http://orcid.org/0000-0002-7676-2250.
Morada: Rua Direta da Centralidade Horizonte do Kuito, s/n - bairro Jele - Bié - Angola.
E-mail: mambeja@yahoo.com.br.

Pedro Chimbinda Avelino é professor no Departamento de Ciências Exatas da Escola Superior Pedagógica do Bié.
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-8602-6839.
Morada: Rua 3 - bairro Cidade Baixa - apartamento 1, 1º andar - Huambo - Angola.
E-mail: pedroca6@icloud.com.

Recebido em 8 de agosto de 2020.
Aceito em 3 de fevereiro de 2021.