

USO DO MÉTODO DA PREDIÇÃO DE PARÂMETROS PARA PROJETAR A DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA EM FLORESTAS NATIVAS COM A FUNÇÃO WEIBULL

THE USE OF THE PARAMETER PREDICTION METHOD TO PROJECT THE DIAMETER DISTRIBUTION IN NATURAL FOREST WITH THE WEIBULL FUNCTION

Enrique Orellana¹ Afonso Figueiredo Filho²

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi utilizar o método da Predição dos Parâmetros da função Weibull 3P (Três Parâmetros) para a projeção da distribuição diamétrica de um Fragmento de Floresta Ombrófila Mista, comparando os resultados com projeções geradas pelos métodos Matriz de Transição e Razão de Movimentos. Os dados são oriundos de 100 parcelas permanentes de 2.500 m² (50 m x 50 m) instaladas na Floresta Nacional de Irati, Estado do Paraná e medidas nos anos de 2002, 2005, 2008 e 2011. Para o método da Predição dos Parâmetros foram ajustados modelos (pelo método *stepwise*) para projeção de 3, 6 e 9 anos cujas variáveis dependentes foram os parâmetros da função Weibull 3P b e c (o parâmetro a foi fixado em 10,02 cm, correspondente ao valor do diâmetro mínimo mensurado) e como variáveis independentes foram testadas o $N \cdot ha^{-1}$, $G \cdot ha^{-1}$, d_g , d_{min} , diâmetros percentis (d_p), d_{max} e suas transformações (inversa, logarítmica e quadrática). Um modelo de sobrevivência foi ajustado para projetar o número de árvores. As projeções obtidas pelo método da Predição dos Parâmetros para 2008 e 2011 foram comparadas com as projeções geradas pelos métodos da Matriz de Transição e Razão de Movimento utilizando-se o teste Kolmogorov-Smirnov (K-S) e o Índice de Reynolds (IR). O desempenho dos ajustes dos modelos foi avaliado pelo índice de Schlaegel (IA) e o erro padrão de estimativa em porcentagem ($S_{YX\%}$). Os resultados indicaram bons ajustes para o método da Predição dos Parâmetros da função Weibull. Na comparação com o da Matriz de Transição e Razão de Movimento, o método testado apresentou os melhores resultados de acordo com o teste K-S, porém de acordo com IR, a melhor performance foi verificada pelo método da Matriz da Transição. Nos três métodos analisados houve aderência entre distribuições observadas e estimadas de acordo com o teste K-S.

Palavras-chave: matriz de transição; razão de movimentos; projeção da estrutura diamétrica.

ABSTRACT

The objective of this study was to use the 3P (Three Parameters) Weibull Parameter Prediction method to predict the diameter distribution in a Mixed Ombrophilous forest fragment, comparing the results with predictions generated by the Transition Matrix and Movement Ratio methods. The data come from 100 permanent plots of 2,500 m² (50 m x 50 m) established in the National Forest of Irati, in Parana state, measured in the years of 2002, 2005, 2008 and 2011. For the Parameter Prediction method it has been fitted (*stepwise*) models for predictions for 3, 6 and 9 years, using as dependent variables, the 3P Weibull parameters b and c (a parameter was set at 10.02 cm corresponding to the minimum value of diameter measured) and, as the independent variables were tested $N \cdot ha^{-1}$, $G \cdot ha^{-1}$, d_g , d_{min} , percentile diameters (d_p), d_{max} and their transformations (inverse, logarithmic and quadratic). A survival model was adjusted to predict the future number of trees. The predictions obtained by the Parameter Prediction method for 2008 and 2011 have been compared with the predictions generated by the Transition Matrix and Movement Ratio methods using the Kolmogorov-Smirnov (KS) and Reynolds index (RI). The models were evaluated by the Schlaegel index (I.A.) and relative standard error of estimate in percentage ($S_{YX\%}$). The results indicated good fits for the 3P Weibull Parameter Prediction method. In comparison with the Transition Matrix and Movement Ratio approach, this method showed the best results according to the KS test, but according

1 Engenheiro Florestal, Pós-doutorando em Ciências Florestais pela Southern Cross University, PR 153, Km 7, Bairro Riozinho, CEP 84500-000, Irati (PR), Brasil. Bolsista CNPq. enriqueflorestal@gmail.com

2 Engenheiro Florestal, Dr., Professor do Departamento de Engenharia Florestal da UNICENTRO professor sênior da Universidade Federal do Paraná, PR 153, Km 7, Bairro Riozinho, CEP 84500-000, Irati (PR), Brasil. afgfilho@gmail.com

Recebido para publicação em 18/05/2013 e aceito em 12/01/2016

to IR, the best performance was found by the Transition Matrix method. All three methods evaluated had adherence between observed and theoretical distributions according to the KS test.

Keywords: transition matrix; movement ratio; diametric structure prediction.

INTRODUÇÃO

O Brasil apresenta uma vasta extensão territorial ocupada por florestas naturais. Segundo Carvalho, Soares e Valverde (2010) o país apresenta aproximadamente 450 milhões de hectares de florestas nativas suscetíveis ao manejo, compreendidas pelas áreas de Unidades de Conservação da categoria de uso sustentável sob o poder público como as Reservas Extrativistas, as Reservas de Desenvolvimento Sustentável e as Florestas Nacionais, Estaduais e Municipais, e sob a iniciativa privada, as Reserva Legais das Propriedades Rurais e as de Produção das indústrias.

Porém, para que um plano de manejo florestal seja bem sucedido, é necessário conhecer o estado futuro da floresta ao longo do tempo, para que a extração de madeira seja feita de modo a manter a estrutura da floresta. Um dos importantes pontos a serem abordados para as florestas nativas é a definição do ciclo de corte, e também o conhecimento de como o número de árvores por classe de diâmetro evolui ao longo do tempo (SCOLFORO et al., 1996). Cao (2004) afirmou que a habilidade de prever a distribuição diamétrica é essencial para a tomada de decisão em um plano de manejo florestal.

Apesar de alguns métodos de predição por classe diamétrica terem sido aplicados em florestas mistas como a Matriz de Transição (CUNHA et al., 2002; SOCHER, 2004; TEIXEIRA et al., 2007; STEPKA, 2008) e o Método da Razão de Movimentação (PULZ et al., 1999; AUSTREGÉSILO et al., 2004; STEPKA, 2008), esses métodos apresentam limitações, uma vez que suas projeções são constantes, baseadas apenas em intervalo entre duas medições. Vanclay (1991) comentou que a Matriz de Transição apresenta limitações para aplicação em florestas, devido à dificuldade de quantificar a competição e supressão. Ele comenta que devido a projeções constantes, existe a dificuldade de reduzir as taxas de crescimento das árvores à medida que a área basal da floresta aumenta com o passar do tempo. Binkley (1980) contestou a confiabilidade das estimativas geradas pelo método da Matriz de Transição para projetar a dinâmica florestal.

Estudos envolvendo projeção da distribuição diamétrica utilizando funções densidade de probabilidade têm sido amplamente aplicados em povoamentos homogêneos, cujas distribuições diamétricas geralmente se apresentam na forma unimodal, porém trabalhos envolvendo florestas com grande número de espécies cuja distribuição se apresenta na forma decrescente, ainda são pouco difundidos.

A função Weibull é uma das funções mais destacadas e utilizadas no campo florestal para representar a distribuição diamétrica presente ou futura. Dentre as razões para a sua grande aplicabilidade é a facilidade de ajuste, podendo assumir várias formas. Quando comparada a outras funções geralmente tem apresentado os melhores ajustes (UMAÑA; ALENCAR, 1998; PALAHÍ et al., 2007; ORELLANA, 2009) e seus parâmetros frequentemente apresentam boas correlações com variáveis dendrométricas. Segundo Palahí et al. (2007) é a função mais difundida na Espanha para descrever as distribuições diamétricas. Pode ser apresentada e ajustada de duas maneiras: Weibull dois parâmetros, neste caso, o parâmetro de locação a é igual a zero; e Weibull três parâmetros em que os parâmetros a , b e c são responsáveis pela locação, escala e forma da distribuição, respectivamente (BARRA et al., 2004).

Para projeção da distribuição diamétrica utilizando a função Weibull, o Método da Predição dos Parâmetros têm sido bastante utilizado em plantações florestais (NEWTON; LEI; ZHANG, 2004; GORGOSO; ÁLVAREZ GONZÁLVEZ; GRANDAS-ARIAS, 2007; SIIPILEHTO; SARKKOLA; MEHTÄTALO, 2007; SCHNEIDER et al., 2008), mas não para projetar a estrutura diamétrica em florestas nativas. O método envolve a predição dos parâmetros da função Weibull a partir de variáveis dendrométricas (ROBINSON, 2004; VAN LAAR; AKÇA, 2007).

Assim sendo, o objetivo deste trabalho foi utilizar o método da predição dos parâmetros para a projeção da distribuição diamétrica de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista com a função Weibull, comparando os resultados com projeções geradas pelos métodos Matriz de Transição e Razão de Movimentos.

MATERIAIS E MÉTODOS

Dados utilizados na pesquisa

Os dados advêm de 100 parcelas permanentes de 2500 m² (50 m x 50 m) medidas nos anos de 2002, 2005, 2008 e 2011 na Floresta Nacional (FLONA) de Irati, a qual é uma unidade de conservação localizada no Centro-Sul do Paraná, nos municípios de Fernandes Pinheiro e Teixeira Soares, nas coordenadas

geográficas 25°25' de latitude sul, 50°36' de longitude oeste e 25°17' de latitude sul, 50°30' de longitude oeste (INSTITUTO CHICO MENDES DE CONSERVAÇÃO DA BIODIVERSIDADE, 2011).

Nas quatro ocasiões, todas as árvores com diâmetro à altura do peito (DAP) igual ou superior a 10 cm foram medidas, identificadas, numeradas e posicionadas espacialmente em um sistema cartesiano (X, Y) de coordenadas local.

Predição dos Parâmetros da Weibull 3P

Os diâmetros (DAP) das 100 parcelas de 2500 m² (25 ha) medidas em 2002, 2005, 2008 e 2011 foram utilizados para a predição dos parâmetros da função Weibull 3P, função também utilizada por Burk e Burkhart (1984) e Westphal et al. (2006), dentre muitos outros. Em cada parcela e para os anos de 2002, 2005 e 2008 foram determinadas 16 variáveis e suas transformações (Tabela 1) as quais se constituíram nas variáveis independentes para estimar os parâmetros *b* e *c* da função Weibull pelo método de seleção de variáveis *stepwise* (NEWTON; LEI; ZHANG, 2004). O critério de inclusão de cada variável testada foi a probabilidade do valor $F \leq 0,05$.

Os parâmetros *b* e *c* para cada parcela nos anos de 2005, 2008 e 2011 foram estimados pelo método da Máxima Verossimilhança, considerando-se que este método de ajuste foi, segundo Orellana (2009), o mais apropriado para descrever a distribuição diamétrica da área de estudo. O parâmetro *a* foi fixado como 10,02 cm (em todas as simulações usadas) que foi o diâmetro mínimo encontrado, considerando-se que o limite de inclusão adotado nas parcelas permanentes é 10 cm.

Os parâmetros estimados *b* e *c* de cada parcela de 2005, 2008 e 2011 (300 observações) as quais são as variáveis dependentes no sistema de predição, foram então pareadas com as variáveis independentes determinadas também em cada parcela, mas nos anos de 2002, 2005 e 2008 (300 observações), respectivamente. O procedimento de seleção *stepwise* foi então empregado para escolher as variáveis mais adequadas para prever os parâmetros *b* e *c* futuros.

Com essa matriz de dados, dois modelos foram gerados para prever os parâmetros *b* e *c* e a partir do valor constante do parâmetro *a*, tornou-se possível obter a distribuição diamétrica futura (período de 3 anos), desde que se tenha um modelo de sobrevivência (vide o item Modelo de Sobrevivência).

Igual procedimento foi adotado para a predição dos parâmetros *b* e *c* para os períodos de projeção de 6 e 9 anos. Assim, para o período de 6 anos, foram relacionados os parâmetros da função Weibull ajustados para 2008 e 2011 (variáveis dependentes) com dados levantados (variáveis independentes testadas) em 2002 e 2005 ($n = 200$), respectivamente, enquanto que para o período de 9 anos foi estabelecida a relação entre os parâmetros ajustados em 2011 com dados levantados em 2002 ($n = 100$).

Para avaliação dos ajustes dos modelos preditores, foram utilizados o índice de Schlaegel (IA) e o

TABELA 1: Variáveis dependentes e independentes utilizadas para ajustar os modelos de Predição dos Parâmetros da Weibull.

TABLE 1: Dependent and independent variables used to fit the models of the Weibull Parameter Prediction.

Variáveis dependentes	Variáveis Independentes	Variáveis independentes transformadas
<i>b</i> e <i>c</i>	G(ha), N(ha), d_g (cm), d_{min} (cm), $d_{p0,05}$ (cm), $d_{p0,1}$ (cm), $d_{p0,2}$ (cm), $d_{p0,3}$ (cm), $d_{p0,4}$ (cm), $d_{p0,5}$ (cm), $d_{p0,6}$ (cm), $d_{p0,7}$ (cm), $d_{p0,8}$ (cm), $d_{p0,9}$ (cm), $d_{p0,95}$ (cm), d_{max} (cm)	lnG , $1/G$, G^2 , lnN , $1/N$, N^2 , $ln d_g$, $1/d_g$, d_g^2 , $ln d_{min}$, $1/d_{min}$, d_{min}^2 , $ln d_{p0,05}$, $1/d_{p0,05}$, $d_{p0,05}^2$, $ln d_{p0,1}$, $1/d_{p0,1}$, $d_{p0,1}^2$, $ln d_{p0,2}$, $1/d_{p0,2}$, $d_{p0,2}^2$, $ln d_{p0,3}$, $1/d_{p0,3}$, $d_{p0,3}^2$, $ln d_{p0,4}$, $1/d_{p0,4}$, $d_{p0,4}^2$, $ln d_{p0,5}$, $1/d_{p0,5}$, $d_{p0,5}^2$, $ln d_{p0,6}$, $1/d_{p0,6}$, $d_{p0,6}^2$, $ln d_{p0,7}$, $1/d_{p0,7}$, $d_{p0,7}^2$, $ln d_{p0,8}$, $1/d_{p0,8}$, $d_{p0,8}^2$, $ln d_{p0,9}$, $1/d_{p0,9}$, $d_{p0,9}^2$, $ln d_{p0,95}$, $1/d_{p0,95}$, $d_{p0,95}^2$, $ln d_{max}$, $1/d_{max}$, d_{max}^2 .

Em que: *b* e *c* = parâmetros da função Weibull; G = área basal; N = número de árvores; d_g = diâmetro quadrático; d_{min} = diâmetro mínimo; d_p = diâmetro percentil; d_{max} = diâmetro máximo; ln = logaritmo neperiano.

erro padrão da estimativa em percentagem ($S_{YX\%}$).

Modelo de Sobrevivência

Para projetar o número de árvores futuro (sobrevivência) foi feito o mesmo procedimento realizado para o desenvolvimento dos modelos de predição dos parâmetros, ou seja, foram desenvolvidos modelos para 3, 6 e 9 anos. Assim como nos modelos de Predição dos Parâmetros, para 3 anos, foi feita uma relação entre o número de árvores por hectare ($N \cdot ha^{-1}$) observado em 2005, 2008 e 2011 ($N_2 =$ variáveis dependentes) com o $N \cdot ha^{-1}$ em 2002, 2005 e 2008 ($N_1 =$ variáveis independentes), respectivamente. Para 6 anos, relacionou-se o $N \cdot ha^{-1}$ de 2008 e 2011 com 2002 e 2005, respectivamente e para 9 anos a relação foi da frequência entre 2011 e 2002. Assumiu-se uma redução linear do número de árvores ao longo do tempo (PENNANEN et al., 2004) e, para isso, foi utilizada a regressão linear simples para expressar a relação $N_2 \times N_1$.

Projeção da distribuição diamétrica com os métodos Matriz de Transição e Razão de Movimento

Stepka (2008) comparou o método da Matriz de Transição com o Método da Razão de Movimento para projeção da distribuição diamétrica na mesma área de estudo. O autor fez as projeções para o ano de 2008 e 2011 com base nos dados levantados em 2002 e 2005.

As distribuições diamétrica preditas por Stepka (2008) pelos dois métodos foram comparadas com o método da Predição dos Parâmetros desenvolvido no presente trabalho para os anos de 2008 e 2011.

Comparação entre os três métodos de projeção

As projeções da distribuição diamétrica geradas pelos três métodos para períodos diferentes foram comparadas pelo teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S) e pelo Índice de Reynolds.

Teste Kolmogorov-Smirnov (K-S)

O teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S) foi definido por Kendall e Stuart (1977) como sendo a diferença máxima absoluta (D) entre a frequência observada acumulada ($F_o(x)$) e a frequência projetada acumulada ($F_e(x)$).

$$D_{\text{calc}} = \sup |F_o(x) - F_e(x)|$$

Em que: $F_o(x)$ = proporção dos valores de frequência observada acumulada; $F_e(x)$ = proporção dos valores de frequência projetada acumulada; D_{calc} = módulo do desvio máximo observado; O nível de probabilidade usado para N indivíduos foi $p = 0,01$.

Índice de Reynolds

Alguns autores (TORRES-ROJO; TORRES MARGAÑA; MIRELES, 2000; CAO, 2004; QIN; CAO; BLOUIN, 2007; PEUHKURINEN; MALTAMO; MALINEN, 2008; SIIPILEHTO, 2009) têm utilizado o índice de Reynolds para avaliar funções densidade de probabilidade para caracterizar distribuições diamétricas.

Segundo Qin, Cao e Blouin (2007), o índice proposto por Reynolds Junior, Burk e Huang (1988) determina o desempenho dos métodos por classe diamétrica. Torres-Rojo, Torres Margaña e Mireles (2000) citaram que o índice de Reynolds é definido como a soma ponderada das diferenças absolutas entre o número de árvores observado e estimado das árvores em cada classe diamétrica. Esses autores afirmaram ainda, que a ponderação pode ser feita com o volume ou valor da madeira, apesar de que Reynolds Junior, Burk e Huang (1988) tenham afirmado que outra ponderação pode ser utilizada. Torres-Rojo, Torres Margaña e Mireles (2000) e Peuhkurinen, Maltamo e Malinen (2008) usaram a área basal observada em cada classe diamétrica para fins de ponderação.

Podlaski (2006) comparou o índice de Reynolds com e sem a ponderação da área basal para avaliar distribuições diamétricas. Concluiu que sua utilização para fins de ponderação não apresentou efeitos significativos na análise das distribuições.

Siipilehto (2009); Cao (2004), Qin, Cao e Blouin (2007) e Orellana (2009) não utilizaram ponderação e consideraram apenas o somatório dos desvios absolutos entre valores observados e estimados nas classes diamétricas para o cálculo do índice de Reynolds:

$$IR = \sum_{i=1}^k |N_i - \hat{N}_i|$$

Em que: IR = Índice de Reynolds = número de árvores por hectare observado na classe i = número de árvores por hectare projetado na classe i

Segundo Qin, Cao e Blouin (2007), um baixo valor de IR indica pequena diferença entre o número de árvores observado e projetado nas classes de diâmetro.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Estatísticas e correlações das variáveis utilizadas na pesquisa

A Tabela 2 mostra as estatísticas das principais variáveis testadas nos quatro levantamentos de dados realizado considerando 100 parcelas em cada remediação.

Verifica-se na Tabela 2 que em valores médios houve uma tendência de redução do número de árvores por hectare com o passar dos anos. Por outro lado, observa-se um aumento gradativo da área basal, d_g , d_{max} e mediana. O valor médio do parâmetro c foi próximo de 1,0 nas três ocasiões, indicando que a distribuição média nas parcelas, se apresenta na forma exponencial negativa. Para o parâmetro b os ajustes apresentaram valores médios próximos a 13, mas ambos os parâmetros tiveram uma grande variabilidade por parcela.

Na Tabela 3 estão as variáveis que mais bem se relacionaram com os parâmetros da função Weibull

TABELA 2: Valores máximo, médio e mínimo das principais variáveis usadas na pesquisa, considerando-se as 100 parcelas medidas em cada ocasião (2002, 2005, 2008 e 2011).

TABLE 2: Maximum, mean and minimum value of the main variables used in this research, considering 100 plots measured in each occasion (2002, 2005, 2008 and 2011).

Ano	Estatística	N.ha ⁻¹	G.ha ⁻¹	d_g	d_{max}	d_{med}	b	c
2002	Max	956,0	39,12	30,7	151,8	24,35	-	-
	Med	580,6	28,67	25,3	76,8	18,17	-	-
	Min	208,0	12,07	20,3	49,9	14,72	-	-
	C.V.(%)	23,42	18,97	8,72	19,36	9,71	-	-
2005	Max	956,0	43,09	32,3	155,9	27,77	20,5424	1,4506
	Med	571,8	29,88	26,0	78,9	18,71	12,6633	1,0285
	Min	192,0	11,80	21,3	50,9	15,18	8,6255	0,7286
	C.V.(%)	23,62	18,98	8,75	19,01	9,79	15,67	12,42
2008	Max	940,0	42,37	35,3	155,9	31,10	24,1932	1,5470
	Med	554,5	30,15	26,1	79,8	18,80	12,7163	1,0082
	Min	152,0	13,60	17,8	52,5	15,18	8,4237	0,7363
	C.V. (%)	23,99	18,63	9,14	18,41	9,81	18,16	14,35
2011	Max	904,0	43,35	32,7	158,5	24,74	19,1081	1,3300
	Med	560,7	30,57	26,6	81,0	18,76	12,8839	1,0048
	Min	180,0	11,60	21,7	47,75	14,61	8,0113	0,7633
	C.V. (%)	22,80	18,49	8,47	18,41	9,73	14,76	11,14

Em que: Max = valor máximo; med = valor médio; min = valor mínimo; C.V.=coeficiente de variação (%); d_g = diâmetro quadrático (cm); d_{max} = diâmetro máximo (cm); d_{med} = mediana do diâmetro; b e c = parâmetros de escala e forma da função Weibull, respectivamente.

b e *c*. São apresentadas apenas as variáveis não transformadas, porém suas transformações também apresentaram boas correlações, cujos valores são muito próximos aos apresentados na Tabela 2 para as variáveis não transformadas.

TABELA 3: Coeficientes de Correlação de Pearson das variáveis que mais bem se relacionaram com os parâmetros da função Weibull.

TABLE 3: Pearson Correlation Coefficients of the well correlated variables with the Weibull function parameters.

Var.	N.ha ⁻¹	d _g	G.ha ⁻¹	d _{p02}	d _{p03}	d _{p04}	d _{p05}	d _{p06}	d _{p07}	d _{p08}	d _{max}
<i>b</i>	-0,708	0,721	-	-	0,744	0,802	0,842	0,863	-0,864	0,792	-
<i>c</i>	-	-	-0,554	0,680	0,698	0,628	0,561	-	-	-	-0,517

Em que: Var = variáveis; *b* e *c* = parâmetros da função Weibull; G = área basal; N = número de árvores; d_g = diâmetro quadrático; d_p = diâmetro percentil; d_{max} = diâmetro máximo.

Verifica-se na Tabela 3, que o parâmetro de escala *b* apresentou melhores correlações com os diâmetros percentis localizados na porção central da distribuição (entre d_{p03} e d_{p08}) além do N.ha⁻¹ e d_g enquanto que o parâmetro de forma *c* apresentou melhores correlações com os diâmetros percentis localizados no começo da distribuição até a mediana (d_{p05}) além do d_{max}.

Modelos ajustados para estimar os parâmetros da Weibull e a sobrevivência

O método de seleção de variáveis *stepwise* selecionou as variáveis independentes que constam da Tabela 4 para estimar os parâmetros *b* e *c* da função Weibull 3P para 3, 6 e 9 anos.

Observa-se na Tabela 4, que as equações apresentaram boas estimativas, indicado pelo baixo erro padrão em porcentagem (S_{YX%}) e índice de Schlaegel (I.A) relativamente alto. Na medida em que se aumenta o intervalo de predição, os ajustes tendem a piorar, ou seja, o I.A. diminui, porém o S_{YX%} não segue uma tendência definida. De qualquer modo, o S_{YX%} não ultrapassou 6,7% em todos os ajustes, confirmando a adequabilidade dos modelos ajustados para todos os casos estudados.

Percebe-se que, para as distribuições decrescentes analisadas neste estudo, os diâmetros percentis encontrados na extremidade superior das distribuições nas transformações testadas apresentaram forte correlação com as variáveis dependentes *b* e *c*. Particularmente com a variável *b*, constatou-se estreita correlação com a inversa do d_{p0,3} (1/d_{p0,3}) nos três casos.

Gorgoso, Álvarez González e Grandas-Arias (2007) encontraram boas correlações entre as variáveis *b* e *c* da função Weibull com o N.ha⁻¹, G.ha⁻¹, d_{max}, d_{min}, d_{p0,25}, d_{p0,5} (mediana), D_{p0,75}, ln d_{min} e ln d_{p0,5}. Esses autores utilizaram o método da Predição dos Parâmetros para projetar a distribuição diamétrica em florestas nativas de *Betula alba* L., na região da Galícia, noroeste da Espanha e segundo eles, o método foi eficiente. Palahí, Pukkala e Trasobares (2006), na mesma região, encontraram fortes correlações para predição dos parâmetros da Weibull com G.ha⁻¹, N.ha⁻¹ e dg e suas transformações logarítmicas neperianas para algumas espécies de *Pinus* spp., *Quercus* spp. e *Albies* spp., originadas de regeneração natural.

Siipilehto, Sarkkola e Mehtätalo (2007) testaram diferentes métodos de regressão para predizer os parâmetros da função S_b de Johnson ao projetar a distribuição da área basal em florestas na Finlândia. Como variáveis explicativas, os autores utilizaram o dg, N.ha⁻¹ e G.ha⁻¹. Comentaram que a combinação destas variáveis apresentou resultados iguais ou em alguns casos trouxe pequenas melhorias nos ajustes.

Newton, Lei e Zhang (2004) aplicaram o método da Predição dos Parâmetros da função Weibull 3P para projetar a distribuição diamétrica de florestas de *Picea mariana* (Mill.), originadas de regeneração natural no Canadá. Utilizaram o teste Kolmogorov-Smirnov para avaliar os ajustes e testaram como variáveis independentes o sítio, H_d, N.ha⁻¹, Dg, G.ha⁻¹, V.ha⁻¹, inseridas nos modelos pelo processo de seleção *stepwise*.

Schneider et al. (2008) fizeram a projeção da distribuição diamétrica de um povoamento de *Pinus taeda* utilizando o método da Predição dos Parâmetros. Como variáveis independentes, utilizaram o espaçamento relativo, altura dominante, número de árvores por hectare e idade do povoamento e para avaliação dos ajustes, utilizaram dentre outros, o teste de Kolmogorov-Smirnov.

Dentre os trabalhos pesquisados, verifica-se que o N.ha⁻¹ (e suas transformações derivadas) são variáveis quase sempre presentes nos modelos de predição. Neste estudo, esta variável também foi inserida em três modelos preditores (uma para o parâmetro *c* aos 3 anos e duas para o *b* aos 3 e 6 anos)

Os bons ajustes dos modelos de sobrevivência já eram esperados, visto que existe estreita relação

TABELA 4: Equações resultantes dos ajustes dos modelos por *stepwise* para projeção da distribuição diamétrica utilizando o método da Predição dos Parâmetros da Weibull 3P.

TABLE 4: Resulting equations from fitting the models by *stepwise*, to predict the diameter distribution using the 3P Weibull Parameter Prediction method.

Intervalo	Equações ajustadas	I.A.	S _{YX%}
3 anos	$\ln b = 6,9506 - 8,7158 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,7}}\right) - 22,0974 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,3}}\right) - 18,4190 \cdot \left(\frac{1}{d_g}\right) - 0,1681$ $\cdot \ln d_{max} - 0,2105 \cdot \ln dp_{0,95} - 0,0028 \cdot dp_{0,3}^2 + 136,14 \cdot \left(\frac{1}{N \cdot ha^{-1}}\right) - 5,8566 \cdot \left(\frac{1}{G \cdot ha^{-1}}\right)$ $+ 0,0213 \cdot dp_{0,2}$	0,872	2,28
	$c = -0,5684 + 0,1857 \cdot dp_{0,3} + 12,6799 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,95}}\right) + 13,9688 \cdot \left(\frac{1}{d_{max}}\right) - 3,8290 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,2}}\right) + 37,2261 \cdot \left(\frac{1}{N \cdot ha^{-1}}\right)$ $+ 6,2581 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,9}}\right) - 0,0050 \cdot dp_{0,3}^2 - 4,6385 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,05}}\right)$	0,769	6,02
	$N_2 = 11,67047 + 0,96808 \cdot N_1$	0,971	3,66
6 anos	$\ln b = 12,5384 - 12,6299 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,7}}\right) - 60,9325 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,3}}\right) + 71,3996 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,5}}\right) + 44,7529 \cdot \left(\frac{1}{N \cdot ha^{-1}}\right) - 3,5269$ $\cdot \ln dp_{0,3} + 0,000001 \cdot (N \cdot ha^{-1})^2 - 0,7328 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,8}}\right) - 11,0032 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,6}}\right) - 0,0004$ $\cdot dp_{0,6}^2 - 0,0009 \cdot dp_{0,95}^2 + 0,1170 \cdot dp_{0,95} - 0,0008 \cdot N \cdot ha^{-1} - 3,5323 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,9}}\right)$	0,832	2,51
	$\ln c = 2,4450 + 0,8378 \cdot \ln dp_{0,3} + 21,7439 \cdot \left(\frac{1}{d_g}\right) - 7,1688 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,7}}\right) + 2,6663 \cdot \left(\frac{1}{G \cdot ha^{-1}}\right) - 40,7430 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,05}}\right)$ $- 0,0133 \cdot dp_{0,05}^2$	0,767	6,71
	$N_2 = 15,07460 + 0,95256 \cdot N_1$	0,951	4,89
9 anos	$\ln b = 21,0212 - 3,8375 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,5}}\right) - 11,0769 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,7}}\right) - 6,2253 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,1}}\right) - 7,3508 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,9}}\right) - 71,0906 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,3}}\right)$ $- 4,5623 \cdot \ln dp_{0,3} + 42,3126 \cdot \left(\frac{1}{N \cdot ha^{-1}}\right)$	0,786	2,66
	$c = 0,0110 + 10,6306 \cdot \left(\frac{1}{d_{max}}\right) - 4,7234 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,3}}\right) + 30,2111 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,95}}\right) - 7,3469 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,05}}\right) - 0,0042 \cdot dp_{0,8}$ $- 0,0001 \cdot (G \cdot ha^{-1})^2 - 5,80832 \cdot \left(\frac{1}{dp_{0,4}}\right) + 0,0002 \cdot N \cdot ha^{-1} + 0,4452 \cdot \ln dp_{0,95}$	0,748	5,54
	$N_2 = 31,1493 + 0,9121 \cdot N_1$	0,945	5,19

Em que: *b* e *c* = parâmetros da função Weibull; IA = Índice de Schlaegel; S_{YX%} = erro padrão da estimativa em percentagem.

entre o número de árvores por hectare entre os dados levantados em 2002, 2005, 2008 e 2011. Ao contrário dos modelos preditores dos parâmetros da função Weibull, neste caso houve um aumento crescente do erro padrão da estimativa em percentagem com o aumento dos anos de predição, ou seja, quanto menor o intervalo de tempo para predição, melhor os ajustes para predizer o número de árvores por hectare futuro.

Projeção da distribuição diamétrica para intervalos de 3, 6 e 9 anos

A Tabela 5 apresenta os parâmetros estimados pelos modelos desenvolvidos da função Weibull 3P e o número de árvores por hectare estimado pelos modelos de sobrevivência para 3, 6 e 9 anos ajustados para 2008 e 2011.

Os valores de *b* e *c* (método da Predição dos Parâmetros) que estão na Tabela 5 estimados são muito próximos aos valores médios estimados pelo método da Máxima Verossimilhança que constam na Tabela 2 indicando que o método testado na presente pesquisa foi capaz de gerar boas estimativas para os parâmetros da função Weibull. Da mesma forma, o modelo de sobrevivência desenvolvido projeta adequadamente o *N*.ha⁻¹ conforme se constata, comparando os valores da Tabela 5 com os valores da Tabela 2.

Para 2008, estimou-se a frequência nas classes diamétricas de 10 cm para 3 e 6 anos com os valores apresentados na Tabela 5 (utilizando-se da média dos parâmetros dendrométricos dos dados de 2005 e 2002, respectivamente) e comparou-se com os métodos Matriz de Transição e Razão de Movimento empregado por Stepka (2008) para dados observados em 2008 (Tabela 6). O mesmo procedimento foi adotado para 2011, utilizando-se da média dos parâmetros dendrométricos dos dados de 2008, 2005 e 2002

para os modelos preditores de 3, 6 e 9 anos, respectivamente (Tabela 6).

Para o ano de 2008 (Tabela 6) verifica-se que os menores valores de D_{CALC} foram observados para o método da Predição dos Parâmetros e o período de melhor performance foi para os modelos preditores de 6 anos (0,0129), seguido dos modelos de 9 anos (0,0147), valor este, próximo ao encontrado para a Matriz de Transição (0,0151). O Método da Razão de Movimento apresentou D_{CALC} maior que o dobro do encontrado pelo modelo de projeção de 6 anos. Para o IR, o método da Predição dos Parâmetros para 3 e 6 anos e Razão

TABELA 5: Parâmetros da Weibull estimados pelo método de predição dos parâmetros e sobrevivência predita nas várias ocasiões e para diferentes intervalos.

TABLE 5: Parameters of the Weibull function estimated by the Parameter Prediction Method and survival predicted on vary occasions in distinct intervals.

Variáveis	2008		2011		
	3 anos	6 anos	3 anos	6 anos	9 anos
<i>b</i>	12,67868	12,34216	12,89415	12,93632	12,74277
<i>c</i>	1,02052	0,99256	1,01221	1,00798	1,03132
<i>N.ha⁻¹</i>	565,18	568,169	554,53	559,71	560,76

Em que: *a* = valor fixado em 10,02 cm

TABELA 6: Frequência ($N.ha^{-1}$) observada e estimada pelos métodos de projeção para os anos de 2008 e 2011 nas classes diamétricas.

TABLE 6: Observed and estimated frequency by the prediction methods for the years of 2008 and 2011 within diameter classes.

DAP (cm)	2008					2011					
	OBS	RM	MT	MPP 3 anos	MPP 6 anos	OBS	RM	MT	MPP 3 anos	MPP 6 anos	MPP 9 anos
15	322,36	307,24	313,78	312,98	314,45	315,24	291,19	303,83	302,08	303,40	311,64
25	137,64	141,60	138,67	139,94	140,70	135,76	142,71	137,90	137,78	139,19	138,73
35	52,40	57,73	54,51	62,57	62,96	52,92	61,99	55,66	62,84	63,86	61,75
45	26,92	28,47	27,58	27,98	28,17	27,60	30,70	28,62	28,66	29,30	27,49
55	12,84	14,21	13,03	12,51	12,60	13,24	15,91	13,55	13,07	13,44	12,24
65	8,08	8,31	8,63	5,59	5,64	8,20	8,95	9,34	5,96	6,17	5,45
75	4,28	4,88	4,45	2,50	2,52	4,44	5,66	4,89	2,72	2,83	2,42
85	2,00	2,11	2,22	1,12	1,13	2,44	2,57	2,76	1,24	1,30	1,08
95	0,32	0,58	0,39	0,50	0,51	0,36	0,88	0,53	0,57	0,60	0,48
105	0,08	0,17	0,12	0,22	0,23	0,08	0,29	0,12	0,26	0,27	0,21
115	0,04	0,05	0,04	0,10	0,10	0,04	0,06	0,04	0,12	0,13	0,10
125	0,08	0,05	0,02	0,04	0,05	0,08	0,07	0,01	0,05	0,06	0,04
135	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,04	0,02	0,01	0,02	0,03	0,02
145	0,00	0,01	0,00	0,01	0,01	0,00	0,02	0,00	0,01	0,01	0,01
155	0,04	0,02	0,04	0,00	0,00	0,00	0,01	0,04	0,01	0,01	0,00
TOTAL	567,12	565,45	563,50	566,09	569,08	560,44	561,02	557,31	555,40	560,58	561,60
D_{CALC}	-	0,0266	0,0151	0,0147	0,0129	-	0,0429	0,0203	0,0234	0,0211	0,0146
IR	-	28,70	13,70	28,18	27,87	-	48,75	19,88	31,74	30,78	25,94

Em que: OBS = frequência observada; RM = Razão de Movimento; MT = Matriz de Transição; MPP = Predição dos Parâmetros; D_{CALC} = D calculado do teste Kolmogorov-Smirnov; IR = Índice de Reynolds

de Movimento apresentaram valores de 28,18; 27,87 e 28,70 árvores/ha respectivamente, mais que o dobro do valor encontrado pelo método da Matriz de Transição (13,70 árvores/hectare).

Para o ano de 2011 (Tabela 6), o menor valor de D_{CALC} também foi observado pelo método da Predição dos Parâmetros (0,0146 para o modelo de projeções de 9 anos). O método da Matriz de Transição apresentou o segundo menor D_{CALC} (0,0203) seguido dos dois modelos (0,0211 e 0,0234 para os modelos para projeções de 6 e 3 anos, respectivamente) desenvolvidos pelo método da Predição dos Parâmetros. A Razão de Movimento, mais uma vez, resultou em um valor de D_{CALC} (0,0429) maior que o dobro do encontrado pelo modelo de melhor performance. Por outro lado, o menor IR foi novamente observado pelo método da Matriz de Transição (19,88 árvores/ha), seguido pelo método da Predição dos Parâmetros (25,94 árvores/ha, 30,78 árvores/ha e 31,74 árvores/ha para os modelos de 9, 6 e 3 anos, respectivamente) e Razão de Movimento (48,75 árvores/ha).

Houve divergência entre as estatísticas D_{CALC} e Índice de Reynolds nos dois casos (2008 e 2011) em que foram feitas as análises, por exemplo, em 2008 o IR apresentou valores próximos entre o método da Predição dos Parâmetros e o da Razão de Movimento, porém o D_{CALC} chegou próximo à metade do valor. Assim como na primeira ocasião (2008), na segunda ocasião (2011), o método que apresentou a melhor performance, de acordo com o teste K-S, foi o da Predição dos Parâmetros (modelo para 9 anos) quando comparados ao método da Matriz de Transição e Razão de Movimento, porém os menores valores de IR foram observados nas projeções realizadas pela Matriz de Transição nas duas ocasiões. Orellana (2009) também encontrou divergências entre estes dois testes estatísticos ao avaliar o desempenho de funções densidade probabilidade no ajuste da distribuição diamétrica da mesma área de estudo.

Finalmente, em todas as ocasiões (2008 e 2011), o D_{CALC} foi menor que o D_{TAB} , sugerindo que os três métodos são aderentes pelo teste K-S ($\alpha=0,01$), projetando distribuições diamétricas similares e próximas aos dados observados. Partindo-se do princípio que o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov é um teste para verificar se duas distribuições podem ser consideradas iguais à um nível de significância pré-determinado, pode-se afirmar que os três métodos apresentaram estimativas confiáveis para projeção da distribuição diamétrica.

Recomenda-se a comparação entre valores observados e estimados pelos métodos de projeção avaliados neste trabalho para períodos mais longos, considerando que, do ano de 2008 a 2011, as menores diferenças entre o IR de 2011 para 2008 ($IR_{2011} - IR_{2008}$) foram encontradas para o método da Predição dos Parâmetros (2,91 e 3,56 para os modelos de 6 e 3 anos, respectivamente), 6,18 para o método da Matriz de Transição e 20,05 para o método da Razão de Movimento. Isto sugere uma maior consistência e estabilidade com o uso deste método de projeção a longo prazo, fundamental para o manejo de florestas nativas, como por exemplo, o uso do modelo de projeção para 9 anos, que apresentou boas estimativas. O método da Razão de Movimento apresentou os valores mais discrepantes entre observados e estimados.

CONCLUSÕES

Os três métodos de projeção de distribuição diamétrica avaliados podem ser utilizados para a prognose de curto prazo com a finalidade de planejar a exploração futura em classes de diâmetro. O método da Predição de Parâmetros da função Weibull parece ser mais uma boa possibilidade para projetar a distribuição diamétrica em florestas mistas, surgindo como mais uma alternativa dentre as alternativas mais conhecidas e testadas como a Matriz de Transição ou a Razão de Movimento.

Recomendam-se novas pesquisas com o Método de Predição de Parâmetros da função Weibull em outros remanescentes de florestas nativas, notadamente para projeções de longo prazo.

REFERÊNCIAS

- AUSTREGÉSILO, S. L. et al. Comparação de métodos de prognose da estrutura diamétrica de uma Floresta Estacional Semidecidual Secundária. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 28, n. 2, p. 227-232, 2004.
- BARRA, O. S. V. et al. Proposta Metodológica para ajuste ótimo da distribuição diamétrica Weibull 3P. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 34, n. 3, p. 387-393, 2004.
- BINKLEY, C.S. Is succession in hardwood forests a stationary Markov process? **Forest Science**, Bethesda, n. 26, p. 566-570, 1980.
- BURK, E. T.; BURKHART, E. H. **Diameter distributions and yields of natural stands of Loblolly Pine**. Publication No. FWS-1-84. School of Forestry and Wildlife Resources. Virginia: Polytechnic Institute and State University, 1984. 20 p.

- CAO, Q. V. Predicting Parameters of a Weibull Function for Modeling Diameter Distribution. **Forest Science**, Bethesda, v. 50, n. 5, p. 682-685, 2004.
- CARVALHO, R. M. M. A.; SOARES, T. S.; VALVERDE, S. R. Caracterização do setor florestal: uma abordagem comparativa com outros setores da economia. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 15, n. 1, p. 105-118, 2010.
- CUNHA, U. S. et al. Predição da estrutura diamétrica de espécies comerciais de terra firme da Amazônia por meio de Matriz de Transição. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 12, n. 1, p. 109-122, 2002.
- GORGOSO, J. J.; ÁLVAREZ GONZÁLVEZ, J. G.; GRANDAS-ARIAS, J. A. Modelling diameter distributions of *Betula Alba* L. stands in northwest Spain with the two-parameter Weibull function. **Revista Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales**, Madrid, v. 16, n. 2, p. 113-123, 2007.
- INSTITUTO CHICO MENDES DE CONSERVAÇÃO DA BIODIVERSIDADE. [Webite]. Disponível em: <www.icmbio.gov.br>. Acesso em: 10 ago. 2011.
- KENDALL, M.; STUART, A. **The advanced theory of statistics**. Londres: Charles Griffin, 1977. v. 1.
- NEWTON, P. F.; LEI, Y.; ZHANG, S. Y. A parameter recovery model for estimating black spruce diameter distributions within the context of a stand density management diagram. **The Forestry Chronicle**, Mattawa, v. 80, n. 3, p. 49-358, 2004.
- ORELLANA, E. **Funções densidade de probabilidade no ajuste da distribuição diamétrica de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista**. 2009. 122 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati, 2009.
- PALAHÍ, M.; PUKKALA, T.; TRASOBARES, A. Calibrating Predicted Tree Diameter Distributions in Catalonia, Spain. **Silva Fennica**, Vantaa, v. 40, n. 3, p. 487-500, 2006.
- PALAHÍ, M. et al. Comparison of beta, Johnson's SB, Weibull and truncated Weibull functions for modeling the diameter distribution of forest stands in Catalonia (north-east of Spain). **European Journal of Forest Research**, Berlin, n. 126, p. 563-571, 2007.
- PENNANEN, J. et al. Spatially explicit simulation of long-term boreal landscape dynamics: incorporating quantitative stand attributes. **Ecological Modelling**, Amsterdam, n. 180, p. 195-209, 2004.
- PEUHKURINEN, J.; MALTAMO, M.; MALINEN, J. Estimating species-specific diameter distributions and saw log recoveries of boreal forests from airborne laser scanning data and aerial photographs: a distribution-based approach. **Silva Fennica**, Vantaa, v. 42, n. 4, p. 625-641, 2008.
- PODLASKI, R. Suitability of the selected statistical distributions for fitting diameter data in distinguished development stages and phases of near-natural mixed forest in the Swietokrzyski National Park (Poland). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, n. 236, p. 393-402, 2006.
- PULZ, F. A. et al. Acuracidade da predição da distribuição diamétrica de uma floresta inequiana com a matriz de transição. **Cerne**, Lavras, v. 5, n. 1, p. 1-14, 1999.
- QIN, J.; CAO, Q. V.; BLOUIN, D. C. Projection of a diameter distribution through time. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, n. 37, p. 188-194, 2007.
- REYNOLDS JUNIOR, M. R.; BURK, T. E.; HUANG, W. C. Goodness-of-fit tests and model selection procedures for diameter distribution models. **Forest Science**, Bethesda, v. 34, n. 2, p. 373-399, 1988.
- ROBINSON, A. Preserving correlation while modeling diameter distributions. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 34, p. 221-232, 2004.
- SCHNEIDER, P. R. et al. Estimativa dos parâmetros da função de densidade probabilística de Weibull por regressão aninhada em povoamento desbastado de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 18, n. 3, p. 381-392, 2008.
- SCOLFORO, J. R. S. et al. Modelo de produção para floresta nativa como base para o manejo sustentado. **Cerne**, Lavras, v. 2, n. 1, p. 112-137, 1996.
- SIIPILEHTO, J.; SARKKOLA, S.; MEHTÄTALO, L. Comparing regression estimation techniques when predicting diameter distributions of Scots pine on drained peatlands. **Silva Fennica**, Vantaa, v. 41, n. 2, p. 333-349, 2007.
- SIIPILEHTO, J. Modeling stand structure in young Scots pine dominated stands. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, n. 257, p. 223-232, 2009.
- SOCHER, L. G. **Dinâmica e biomassa aérea de um trecho de floresta ombrófila mista aluvial no município de araucária, Paraná**. 2004. 87 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal)

- Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004.
- STEPKA, T. F. **Modelagem da dinâmica e prognose da estrutura diamétrica de uma floresta ombrófila mista por meio de Matriz de Transição e Razão de Movimento**. 2008. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati, 2008.
- TEIXEIRA, L. M. et al. Projeção da dinâmica da floresta natural de Terra-firme, região de Manaus-AM, com o uso da cadeia de transição probabilística de Markov. **Revista Acta Amazonica**, Manaus, v. 37, n. 3, p. 377-384, 2007.
- TORRES-ROJO, J. M.; TORRES MARGAÑA, O. S.; MIRELES, M. A. Metodología para mejorar la predicción de parámetros de distribuciones diamétricas. **Revista Agrociencia**, Texcoco, v. 34, n. 5, p. 627-637, 2000.
- UMAÑA, C. L. A.; ALENCAR, J. C. Distribuições diamétricas da Floresta Tropical Úmida em uma área no município de Itacoatiara-AM. **Revista Acta Amazonica**, Manaus, v. 28, n. 2, p. 167-190, 1998.
- VANCLAY, J. K. **Modelling the growth and yield of tropical moist forests**. Wallingford: CAB International, 1991. 151 p.
- VAN LAAR, A; AKÇA, A. **Forest Mensuration**. [s. l.]: Springer-Verlag, 2007. 383 p.
- WESTPHAL, C. et al. Is the reverse J-shaped diameter distribution universally applicable in European virgin beech forests? **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, n. 223, p. 75-83, 2006.