

## MÉTODOS DE AJUSTE E PROCEDIMENTOS DE SELEÇÃO DE FUNÇÕES PROBABILÍSTICAS PARA MODELAR A DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA EM FLORESTA NATIVA DE ARAUCÁRIA

FITTING METHODS AND SELECTION PROCEDURES OF PROBABILISTIC FUNCTIONS TO  
MODEL THE DIAMETER DISTRIBUTION IN A NATIVE ARAUCARIA FOREST

Enrique Orellana<sup>1</sup> Afonso Figueiredo Filho<sup>2</sup> Sylvio Péllico Netto<sup>3</sup> Andrea Nogueira Dias<sup>4</sup>

### RESUMO

Este trabalho teve como objetivo avaliar o desempenho das funções densidade de probabilidade (fdp) com diferentes procedimentos de ajustes e estatísticas de avaliação, a fim de expressar a distribuição diamétrica de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista. A área de estudo faz parte da Floresta Nacional de Irati (FLONA), estado do Paraná. Os dados utilizados são provenientes de 25 parcelas permanentes de 1 ha (100 m x 100 m), que foram instaladas e medidas em 2002 e remeidas em 2005 e 2008. Os ajustes foram feitos considerando todas as espécies amostradas na remedição de 2008. Foram testadas as funções Beta, Weibull 2 e 3 Parâmetros e Exponencial de Meyer (tipos I e II), empregando-se os métodos de ajustes dos Momentos e da Máxima Verossimilhança para a função Beta e Percentis e Máxima Verossimilhança para a função Weibull 2 e 3 Parâmetros. A Programação Não Linear foi utilizada como tentativa de melhorar os ajustes realizados das funções, exceto para Meyer. Para avaliação dos ajustes, foram aplicados os testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S) e Hollander-Proschan (H-P), além do Erro Padrão de Estimativa (%), índice de Reynolds (IR) e análise de resíduos. Os resultados indicaram que a função Weibull 3P ajustada pelo método da Máxima Verossimilhança foi a melhor para descrever a distribuição diamétrica da floresta como um todo, no entanto, o método dos Percentis apresentou resultados similares. A função Beta apresentou resultados satisfatórios, podendo também ser empregada para avaliar a distribuição diamétrica da área de estudo. Quanto às estatísticas utilizadas, o índice de Reynolds mostrou ser uma ferramenta estatística com boa performance para selecionar funções densidade de probabilidade. Para o intervalo de classe utilizado, o teste Kolmogorov-Smirnov apresentou um maior número de aderências quando comparado ao teste Hollander-Proschan, porém, o teste K-S é sensível quando a frequência é alta, levando a uma não aderência. **Palavras-chave:** índices estatísticos; programação não linear; estrutura florestal.

### ABSTRACT

The aim of this work was to evaluate the performance of the probability density functions with different fitting procedures and statistical evaluation to describe the diameter distribution of a Mixed Ombrophylous Forest fragment. The study area is part of the Irati National Forest (FLONA), in Parana State. Data used were derived from 25 permanent 1-ha plots (100 m x 100m) established and measured in 2002 and re-measured in 2005 and 2008. The fittings were done considering all the species sampled on the re-measurement in 2008. Beta, Weibull 2 and 3 Parameters and Exponential Meyer I and II functions were tested, employing

- 1 Engenheiro Florestal, Pós-doutorando em Ciências Florestais pela Southern Cross University, Bolsista CNPq, PR 153, Km 7, Bairro Riozinho, CEP 84500-000, Irati (PR), Brasil. enriqueflorestal@gmail.com
- 2 Engenheiro Florestal, Dr., Professor do Departamento de Engenharia Florestal da UNICENTRO, Professor Sênior da UFPR, PR 153, Km 7, Bairro Riozinho, CEP 84500-000, Irati (PR), Brasil. afigfilho@gmail.com
- 3 Engenheiro Florestal, Dr., Professor Sênior do Departamento de Ciências Florestais da UFPR, Av. Lothário Meissner, 63, Jardim Botânico, CEP 80210-170, Curitiba (PR), Brasil. sylviopelliconetto@gmail.com
- 4 Engenheira Florestal, Dra., Professora do Departamento de Engenharia Florestal da UNICENTRO, PR 153, Km 7, Bairro Riozinho, CEP 84500-000, Irati (PR), Brasil. andias@irati.unicentro.br

Recebido para publicação em 17/05/2013 e aceito em 8/03/2016

Moments and Maximum Likelihood methods for Beta and Percentiles and Maximum Likelihood for Weibull 2 and 3 Parameters. The Nonlinear Programming was used as an attempt to improve the fittings, except for Meyer model. To evaluate the fittings, the goodness-of-fit tests Kolmogorov-Smirnov (K-S) and Hollander-Proschan (H-P) were used, as well as, the Standard Error (%), Reynolds Index (IR) and Residual Dispersion. The results showed that Weibull 3P function was the best to describe the diameter distribution for the forest as a whole, however the Beta function showed satisfactory results, and it can also be used to evaluate the diameter distribution for the studied area. About the statistics used, it was observed that Reynolds Index presented good results to evaluate the performance to probability density functions and, for the interval class used, the Kolmogorov-Smirnov test presented a higher number of good fitness values when compared with Hollander-Proschan test, nevertheless the K-S is sensible when the frequency is high, causing a non-adherence.

**Keywords:** statistical indices; nonlinear programming; forest structure.

## INTRODUÇÃO

A distribuição diamétrica é uma ferramenta importante para auxiliar a tomada de decisão em um plano de manejo florestal. Thiersch (1997) citou que por meio da compreensão da distribuição diamétrica das árvores que compõem um povoamento florestal, é possível identificar seu potencial de uso presente ou futuro. Esse mesmo autor acrescentou que desenvolver um sistema de predição presente e futuro auxilia a definir a rotação econômica ótima, simular diferentes opções de desbastes e definir a época e intensidade de desbastes, dentre outras possibilidades.

Scolforo (1998) citou que o conhecimento da distribuição diamétrica em florestas mistas é importante, pois permite definir em quais classes diamétricas as árvores são mais frequentes, prever a área basal, distinguir diferentes tipologias florestais e, quando associada às informações de recrutamento por classes de diâmetro adjacentes ou informações de incremento para todas as espécies ou para uma espécie em especial, possibilita construir tabelas de produção. O autor acrescentou ainda que a partir das distribuições diamétricas de florestas mistas é possível analisar a intensidade de regeneração natural por espécie e para a floresta como um todo.

Segundo Machado, Bartoszek e Oliveira (1997), diversos são os modelos matemáticos apropriados para descrever a distribuição de frequência por unidade de área em relação às classes sucessivas de diâmetro, sendo que os mais conhecidos envolvem o uso de funções de densidade probabilísticas (fdps).

Devido às diversas formas de distribuição encontradas nas florestas, diversas funções têm sido utilizadas, dentre elas a Normal, Exponencial, Binomial, Poisson, Charlier, séries de Fourier, Normal Logarítmica,  $S_B$  de Johnson, Pearl, Reed, Schiffel, Gama, Beta e Weibull, dentre outras (PRODAN et al., 1997).

Algumas fdps podem se ajustar melhor do que outras, dependendo da estrutura da floresta e de como os diâmetros se dispõem nos intervalos de classes. Além disso, alguns métodos de ajuste podem apresentar melhores estimativas do que outros. Em estudos de distribuições diamétricas, normalmente são testadas diferentes funções (fdps) e diferentes métodos para predição de seus parâmetros.

No Brasil, a maioria dos estudos sobre distribuição diamétrica está voltada para as plantações florestais, geralmente com *Pinus* e *Eucalyptus*. Alguns estudos foram conduzidos com o objetivo de testar o desempenho de diferentes funções probabilísticas para modelagem da distribuição diamétrica analisadas separadamente para espécies comercialmente importantes (MACHADO et al., 2010; DALLA LANA et al., 2013; ORELLANA et al., 2014).

Em florestas nativas nas quais foram avaliadas todas as espécies, fdps foram testadas para descrever a distribuição diamétrica na floresta amazônica (BARROS, 1980; CUNHA, 1995), em floresta pluvial (BATISTA, 1989; NEGREIROS; DIAS; COUTO, 1990) e em floresta de várzea (ABREU et al., 2011). Lima, Batista e Prado (2015) testaram funções densidade de probabilidade utilizando dados de diferentes tipologias florestais do Brasil, incluindo savana, restinga, floresta estacional e floresta pluvial.

No entanto, pesquisas dessa natureza foram pouco investigadas em Floresta Ombrófila Mista, que ocupa grande parte do sul do Brasil. Depreende-se, portanto, a importância de desenvolver estudos referentes à utilização das funções de densidade de probabilidade para descrever a estrutura dessas florestas.

Assim, o objetivo deste trabalho foi avaliar o desempenho de funções densidade de probabilidade para expressar a distribuição diamétrica de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista, com diferentes procedimentos de ajustes e diferentes estatísticas de avaliação.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Caracterização da amostra

Os dados foram coletados em 25 parcelas permanentes instaladas em uma floresta subtropical localizada na Floresta Nacional de Irati, no estado do Paraná, Brasil. Cada parcela tem dimensões de 100 m x 100 m (1 ha) e as funções densidade de probabilidade consideradas neste estudo foram ajustadas utilizando-se de dados de 14.176 árvores (118 espécies) com diâmetro a altura do peito (DAP) igual ou maior que 10 cm.

Os diâmetros foram agrupados em classes de 10 cm, e este foi o intervalo de classe utilizado para comparar os valores observados e estimados em cada classe diamétrica para cada método de ajuste das funções densidade de probabilidade avaliadas.

### Métodos de Ajuste testados para as Funções Densidade de Probabilidade

As seguintes funções densidade de probabilidade foram ajustadas: Exponencial (GÜL et al., 2005; PODLASKI, 2006), Beta (ZHU et al., 2003; PALAHÍ et al., 2007) e Weibull 2 Parâmetros (NANOS; MONTERO, 2002; GOVE, 2004; ZHANG; LIU, 2006) e 3 Parâmetros (BURK; BURKHART, 1984; WESTPHAL et al., 2006). A função Exponencial foi ajustada pelo método da regressão para os modelos Meyer tipo I e Meyer tipo II. Para a função Beta foram testados os métodos dos Momentos e o método da Máxima Verossimilhança, enquanto que para função Weibull (2 e 3 parâmetros) foram testados os métodos Percentis e da Máxima Verossimilhança.

Os ajustes da função Weibull (2P e 3P) pelo método da Máxima Verossimilhança foram realizados no *software Statistica* ver. 8.0; e a função Beta pelo método da Máxima Verossimilhança foi ajustada no *software Statgraphics Centurion XV*. Para os ajustes da função Weibull pelo método dos Percentis, da função Beta pelo método dos Momentos e da função Exponencial (Meyer tipo I e tipo II) foi utilizado o Microsoft Excel.

### Função Exponencial

O ajuste foi realizado pelo método de regressão linear, após a transformação logarítmica dos modelos de Meyer tipo I ( $N_i = k.e^{-\beta \cdot d_i}$ ) e Meyer tipo II ( $N_i = k.e^{-\beta \cdot d_i^2}$ ), sendo que  $N_i$  é o número de árvores na classe  $i$ ,  $k$  e  $\beta$  são parâmetros a serem estimados,  $d_i$  é o valor central da classe de diâmetro,  $e$  é a base dos logaritmos naturais.

### Função Beta

A distribuição Beta foi desenvolvida por Pearson em 1894 e introduzida na área florestal por Zöhrer, (FINGER, 1992).

Para o Método dos Momentos foram utilizadas as fórmulas:

$$\alpha = \frac{(\bar{d} - d_{\min})[(d_{\max} - \bar{d})(\bar{d} - d_{\min}) - \sigma^2]}{\sigma^2(d_{\max} - d_{\min})}$$

$$\beta = \frac{(d_{\max} - \bar{d})[(d_{\max} - \bar{d})(\bar{d} - d_{\min}) - \sigma^2]}{\sigma^2(d_{\max} - d_{\min})}$$

Em que:  $\bar{d}$  é a média da variável aleatória diâmetro,  $d_{\min}$  e  $d_{\max}$  são os diâmetro mínimo e máximo, respectivamente, e

$\sigma^2$  é a variância da variável aleatória diâmetro.

O método da Máxima Verossimilhança exige que os dados estejam inseridos em um intervalo entre 0 e 1. Para isto,

aplicou-se a seguinte fórmula  $DAP_{0-1} = \frac{d_i - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}}$ , em que:  $d_i$  é o diâmetro da árvore.

### Função Weibull 2 e 3 Parâmetros

Para o método dos Percentis, os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  foram estimados utilizando os percentis 0,16731; 0,63 e 0,97366, como sugeridos por Zanakis (1979), sendo:

$$a = \frac{(x_1 x_2 - x_2^2)}{x_1 + x_n - 2x_2}$$

$$b = x_{0,63} - a$$

$$c = \frac{\ln \left[ \frac{\ln(1 - p_k)}{\ln(1 - p_i)} \right]}{\ln \left[ \frac{xp_k - a}{xp_i - a} \right]}$$

Em que:  $x_i$  é o  $i$ -ésimo DAP em ordem crescente,  $x_1$  é o menor DAP,  $x_2$  é o segundo menor DAP,  $x_n$  é o maior DAP,  $x_{0,63}$  é o DAP da posição percentil 0,63 quando a distribuição de diâmetros é colocada em ordem crescente (63%),  $p_k$  é o 0,97366,  $p_i$  é o 0,16731,  $xp_k$  é o DAP da posição 0,97366 da distribuição quando os diâmetros estão classificados em ordem crescente (97%) e  $xp_i$  o DAP da posição 0,16731 da distribuição quando os diâmetros estão classificados em ordem crescente (16%).

Para calcular a posição dos percentis da lista de diâmetros classificada em ordem crescente utilizou-se a equação  $pL = np + (I - p)$  em que:  $n$  é o número de árvores e  $p$  é o percentil desejado.

No Método da Máxima Verossimilhança, a estimativa do parâmetro  $a$  foi independente do sistema e neste trabalho foi empregado como o valor do diâmetro mínimo da distribuição diamétrica (BAILEY; DELL, 1973). O estimador do parâmetro  $b$  é:

$$b = \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i^c}{n} \right)^{\frac{1}{c}}$$

A equação para estimar o parâmetro  $c$  é

$$c = \frac{n}{\left[ \frac{1}{b^c} \cdot \sum_{i=1}^n x_i^c \cdot \ln(x_i) - \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \right]}$$

O valor do parâmetro  $c$  é obtido por procedimento iterativo, em que um valor inicial é arbitrado para  $c$  e usado para calcular novos  $b$  e  $c$ . Se o novo valor não é suficientemente aproximado ao inicialmente arbitrado repete-se o processo com o novo valor de  $c$  até a convergência.

## Programação Não Linear (PNL) para ajustes de funções

A programação não linear (PNL) foi utilizada na tentativa de melhorar os ajustes das funções Weibull e Beta, conforme sugere metodologia proposta por Barra et al. (2004) para a função Weibull 3P. Para este ajuste foi utilizado o Solver do *software* Microsoft Excel (algoritmo GRG2 implementado por Lasdon (1981), que usa o método do Gradiente Reduzido Generalizado para otimizar problemas não lineares).

Barra et al. (2004) recomendaram a utilização da programação não linear como ferramenta para minimizar maior diferença ( $d_n$ ) entre a frequência observada acumulada e a frequência estimada acumulada, positiva ( $d_n^+$ ) ou negativa ( $d_n^-$ ) utilizada no teste Kolmogorov – Smirnov. Deste modo, a função-objetivo

apresenta a seguinte forma:  $Min d_n = Min \{Max \{d_n^+, |d_n^-|\}\}$ . As restrições para a função Weibull 3P empregadas no trabalho foram  $a \geq 0$ ;  $a \leq DAP_{min}$ ;  $b > 0$ ;  $c > 0$ . Para a função Beta as restrições utilizadas foram:  $\alpha \geq 0$  e  $\beta \geq 0$ .

## Estatísticas utilizadas para avaliar o desempenho das Funções Densidade de Probabilidade

A *performance* dos ajustes realizados pelo método da regressão (Meyer tipo I e II) foi avaliada por meio do coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ), erro padrão da estimativa (EPE %), e teste Kolmogorov-Smirnov (K-S). Para os demais métodos de ajuste, a avaliação foi feita empregando-se os testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S) e Hollander-Proschan (H-P), análise dos resíduos, EPE (%) e o índice (IR) de erro proposto por Reynolds, Burk e Huang (1988). Como as fórmulas do EPE % e K-S são encontradas facilmente na literatura, foram apresentadas apenas as fórmulas de H-P, IR e Análise de Resíduos. O  $R^2_{aj}$  foi calculado segundo a metodologia adotada por Thomas et al. (2006).

### Teste Hollander-Proschan (H-P).

Segundo Dodson (2006), o teste compara a função de sobrevivência teórica ajustada  $S_0(t)$  com a estimativa de Kaplan-Meier para a função de sobrevivência subjacente  $S(t)$ , com hipótese nula dada por  $H_0: S(t) = S_0(t)$ . A função de sobrevivência teórica é obtida como  $S_0(t) = 1 - F(t)$ , em que  $F(t)$  é a função

de distribuição de probabilidade acumulada dada por  $F(t) = \int_0^t f(x)dx$ . A estimativa de Kaplan-Meier para a função de sobrevivência para dados não censurados é definida como:

$$\hat{S}(t) = \begin{cases} \prod_{j=1}^{k-1} \left( \frac{n-j}{n-j+1} \right), & t_{k-1} < t \leq t_k, k = 1, \dots, n \\ 0, & t > t_n \end{cases}$$

A estatística para o teste de Hollander e Proschan para a hipótese nula de que os dados são

provenientes da distribuição com função de sobrevivência  $S_0(x)$  é dada por  $C = \sum_{i=1}^n S_0(t_i) \hat{f}(t_i)$ , em que:  $\hat{f}(t_i)$  é o salto entre observações consecutivas das estimativas de Kaplan-Meier para a função de sobrevivência

$\hat{f}(t_i) = \frac{1}{n} \prod_{j=1}^{i-1} \left( \frac{n-j+1}{n-j} \right)^{-\delta_j}$  e:  $\delta_j = 0$  para dados censurados e  $\delta_j = 1$  para não censurados. Dessa forma, para dados não censurados, o valor do somatório para  $C$  pode ser calculado com agrupamento das observações distintas

considerando  $C = \sum_{i=1}^n S_0(t_i) \hat{f}(t_i) f_i$ , em que  $f_i$  é a frequência de  $t_i$ . Sob a hipótese nula, a estatística  $C^* = \frac{\sqrt{n}(C-0,5)}{\hat{\sigma}}$  segue aproximadamente a distribuição normal padronizada, em que: é uma estimativa do desvio padrão de  $C$ :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^n \frac{n}{n-i+1} (S_0^2(t_{i-1}) - S_0^2(t_i))$$

Os valores de  $S_0(t)$  para observações repetidas se mantêm constantes, o que permite o cálculo de a partir das observações distintas, sem considerar as frequências.

Rejeita-se  $H_0: S(t) = S_0(t)$  se  $|C^*| > Z\alpha_{/2}$ , em nível  $\alpha$  de significância. Neste trabalho, o nível de significância foi de  $\alpha = 0,05$ . Assim, o  $Z$  tabelado foi de 1,96. Portanto, se  $1,96 < C^* < 1,96$ , então existe aderência da função com a distribuição analisada.

### Análise de Resíduos

A análise gráfica dos resíduos também foi utilizada como critério para análise do ajuste das funções, conforme trabalhos de Westphal et al. (2006) e Zhang et al. (2001) que utilizaram a diferença absoluta entre número de árvores observado ( $N_i$ ) e estimado ( $\hat{N}_i$ ) em cada classe ( $i$ )

$$Res = N_i - \hat{N}_i$$

### Índice de Reynolds (IR)

Alguns autores (TORRES-ROJO; TORRES MARGAÑA; MIRELES, 2000; CAO, 2004; QIN; CAO; BLOUIN, 2007; PEUHKURINEN; MALTAMO; MALINEN, 2008; SIIPILEHTO, 2009) têm utilizado o índice de Reynolds para avaliar funções densidade de probabilidade para caracterizar distribuições diamétricas.

Segundo Qin, Cao e Blouin (2007), o índice proposto por Reynolds, Burk e Huang (1988) determina o desempenho dos métodos por classe diamétrica. Torres-Rojo, Torres Margaña e Mireles (2000) citaram que o índice de Reynolds é definido como a soma ponderada das diferenças absolutas entre o número de árvores observado e estimado das árvores em cada classe diamétrica. Esses autores afirmaram ainda que a ponderação pode ser feita com o volume ou valor da madeira, ainda que Reynolds, Burk e Huang (1988) afirmem que outra ponderação pode ser utilizada. Assim, Torres-Rojo, Torres Margaña e Mireles (2000) sugerem a utilização da área basal observada em cada classe diamétrica para fins de ponderação. Peuhkurinen, Maltamo e Malinen (2008) também utilizaram a área basal para ponderação no índice de Reynolds.

Podlaski (2006) comparou o índice de Reynolds com e sem a ponderação da área basal para avaliar distribuições diamétricas. Concluiu que utilização da área basal para fins de ponderação não apresentou efeitos significativos na análise das distribuições.

Siipilehto (2009); Cao (2004) e Qin, Cao e Blouin (2007) não utilizaram ponderação e consideraram apenas o somatório dos desvios absolutos entre valores observados e estimados nas classes diamétricas para o cálculo do índice de Reynolds

$$R = \sum_{i=1}^k |N_i - \hat{N}_i|$$

Em que: IR corresponde ao Índice de Reynolds,  $N_i$  é o número de árvores por hectare observado na classe  $i$  e  $\hat{N}_i$  é o número de árvores por hectare estimado na classe  $i$ .

Segundo Qin et al. (2007), um baixo valor de IR indica pequena diferença entre o número de árvores observado e estimado nas classes de diâmetro.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 1 mostra os parâmetros das funções testadas, bem como o D calculado ( $D_{calc}$ ), o índice de Reynolds (IR) e o EPE (%) com e sem o uso da programação não linear (PNL). As funções estão

classificadas em ordem de melhor desempenho, conforme indica o índice de Reynolds.

A Figura 1 apresenta o número de árvores observado e estimado pelas funções analisadas, bem como o gráfico dos resíduos para as funções Weibull 3P e Beta, selecionadas pelas estatísticas como de melhor desempenho. Constatou-se também, como esperado, que as distribuições têm a forma decrescente, comumente encontrada para florestas mistas.

A Programação Não Linear (PNL) melhorou o ajuste apenas para a função Beta em ambos os métodos de ajuste. Para esta função, o uso dessa ferramenta estimou valores muito próximos para os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  (Tabela 1) entre os dois métodos de ajuste utilizados (Máxima Verossimilhança e Momentos), gerando estimativas similares do número de árvores nas classes de diâmetro entre os dois métodos de ajuste avaliados. Isto pode ser também constatado pelo Índice de Reynolds com e sem o uso da Programação Não Linear. Com o uso da PNL, o valor do índice entre os métodos propostos foi de menos de 1 árvore/ha, enquanto que sem o uso da PNL, a diferença entre os índices em ambos os métodos de ajuste foi de mais de 12 árvores/ha. Diferenças maiores foram encontradas quando se avaliou o EPE (%), mas em ambos os métodos de ajuste houve redução desta estatística com o uso da PNL.

A Programação Não Linear não melhorou as estimativas da função Weibull 3P para nenhum dos métodos propostos, conforme indicam o Índice de Reynolds e o  $D_{calc}$ . Analisando o EPE (%), constatam-se melhoras com o uso da PNL apenas para a Weibull 3P ajustada pelo método dos Percentis. Por outro lado, o uso desta ferramenta apresentou o pior desempenho para o método da Máxima Verossimilhança. Para este método de ajuste, a diferença do uso com e sem a PNL foi de 9,1 árvores/ha de acordo com o Índice de Reynolds e o EPE (%) aumentou em quase 1%, enquanto que para o método dos Percentis, esta diferença foi de 2,5 árvores/ha.

TABELA 1: Parâmetros e estatísticas das funções ajustadas com e sem o uso da PNL para os dados.  
TABLE 1: Parameters and statistics of the fitted functions with and without the use of PNL to the data.

FUNÇÕES TESTADAS	PARÂMETROS		$D_{calc} / C^*$		IR		EPE (%)	
	SEM PNL	COM PNL	SEM PNL	COM PNL	SEM PNL	COM PNL	SEM PNL	COM PNL
Weibull 3P- Max. Ver.	a=10,020 b=12,263 c=0,969	a=9,979 b=11,534 c=0,908	0,0101 <sup>1</sup> / 0,93 <sup>2</sup>	0,0170/ -8,69	20,9	30,0	1,89	2,85
Weibull 3P-Percentis	a=10,027 b=11,809 c=0,975	a=9,910 b=13,304 c=1,108	0,0114 <sup>1</sup> / -2,94	0,0243/ 13,07	23,3	25,8	2,00	1,78
Beta Max. Ver.	$\alpha = 0,887$ $\beta = 9,291$	$\alpha = 0,755$ $\beta = 8,538$	0,0210/ 6,16	0,0124 <sup>1</sup> / -9,37	34,4	33,8	4,42	2,85
Beta Momentos	$\alpha = 0,811$ $\beta = 8,792$	$\alpha = 0,759$ $\beta = 8,601$	0,0309/ -1,56 <sup>2</sup>	0,0115 <sup>1</sup> / -9,17	46,7	34,4	2,83	1,97
Meyer I	$b_0 = 6,222$ $b_1 = -0,062$	-	0,2756	-	171,6	-	23,46	
Weibull 2P-Percentis	b=10,398 c= 0,767	-	0,4312	-	273,8	-	35,88	
Weibull 2P- Max. Ver.	b= 12,123 c = 0,944	-	0,5193	-	294,8	-	35,55	
Meyer II	$b_0 = 4,583$ $b_1 = -0,002$	-	0,5282	-	332,5	-	44,42	

Em que: <sup>1</sup>Houve aderência em nível de  $\alpha = 0,01$  de probabilidade para o teste K-S; <sup>2</sup> Houve aderência em nível de  $\alpha = 0,05$  de probabilidade para o teste H-P;  $D_{calc}$  - estatística usada no teste K-S;  $C^*$  - estatística usada no teste H-P; IR - Índice de Reynolds; EPE% - erro padrão da estimativa (%); PNL - programação não linear; Max. Ver - Máxima Verossimilhança.

O menor EPE (1,78%) foi encontrado ajustando-se a função Weibull 3P pelo método dos Percentis. O segundo menor EPE (1,89%) foi observado para Weibull 3P pelo método da Máxima Verossimilhança.

Não houve aderência da distribuição estimada pelas funções Weibull 2P e Meyer (tipo I e II) com a distribuição observada. Elas apresentaram pouca flexibilidade e subestimaram consideravelmente as árvores nas duas primeiras classes e, assim, ficaram muito aquém das funções Weibull 3P e Beta, conforme indicam o teste K-S, Índice de Reynolds e EPE (%).

O  $R^2_{aj}$  e o EPE (%) para Meyer tipo I foram 0,8647 e 23,46% e para Meyer tipo II 0,6806 e 44,42%, respectivamente. O  $q$  de Liocourt estimado a partir do modelo de Meyer tipo I foi de 1,87.

Apesar da função Weibull 3P ajustada pelo método da Máxima Verossimilhança ter apresentado o menor Índice de Reynolds (20,9), o método dos Percentis apresentou o menor EPE (%) (1,78%). A função Beta também apresentou resultados satisfatórios. O método dos Momentos com a utilização da PNL apresentou EPE abaixo de 2% e, o método da Máxima Verossimilhança não ultrapassou 3%. Portanto, ambas as funções Weibull 3P e Beta são indicadas para avaliar a distribuição diamétrica da floresta estudada.

Barros (1980), em estudos realizados na floresta do Planalto Tapajós, na Amazônia, testou várias fdps, dentre elas a Exponencial (Meyer tipo I e II), Weibull 2 parâmetros, Polinomial de Goff & West, e

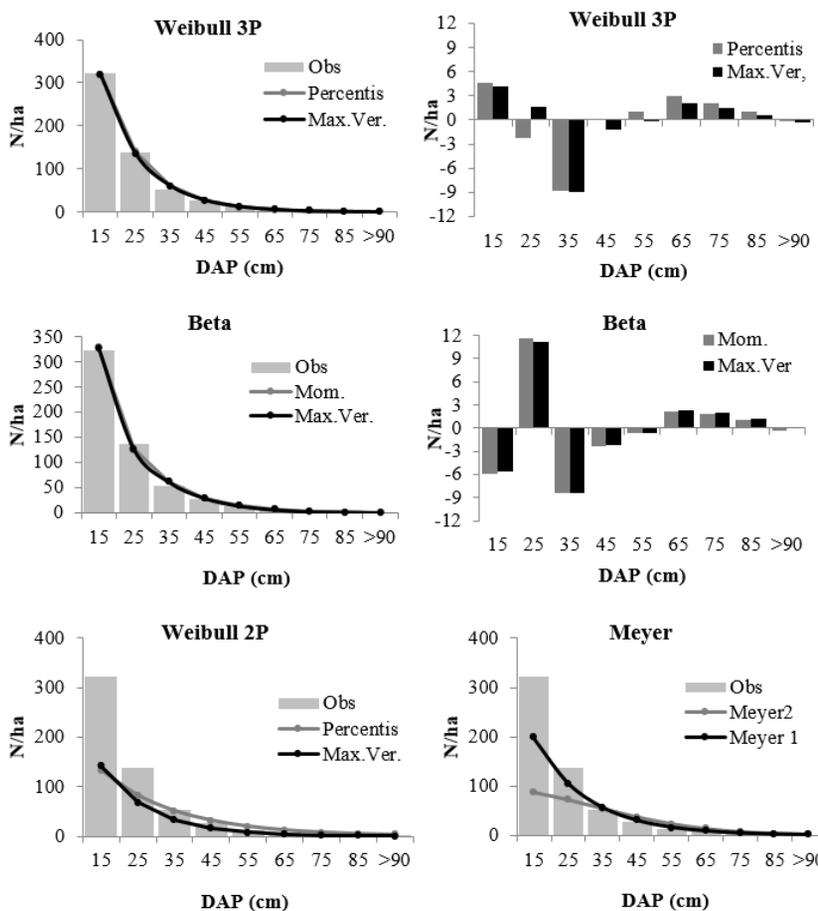


FIGURA 1: Número de árvores por hectare (N/ha) observado e estimado para todas as funções testadas e resíduos das funções com melhores desempenhos para os dados levantados.

FIGURE 1: Number of trees per hectare (N/ha) observed and predicted for all the functions tested and residual for the functions with best performances for the data collected.

Beta, para ajustar a distribuição diamétrica de todas as espécies, algumas de valor comercial e algumas mais frequentes para as amplitudes diamétricas de 10, 7 e 5 cm. O diâmetro mínimo utilizado foi 15 cm e concluiu que a Exponencial, Polinomial de Goff & West e Beta foram as que melhor se ajustaram e que a melhor amplitude para os dados foi de 10 cm.

Diferentemente dos resultados encontrados por Barros (1980), no presente trabalho a função Exponencial, assim como a Weibull 2P não se ajustaram bem à distribuição diamétrica. Ambas apresentaram resultados muito aquém das funções Weibull 3P e Beta.

Batista (1989) ajustou a função Weibull pelo método dos Percentis, Máxima Verossimilhança, Momentos e Funções Lineares em uma floresta pluvial no Maranhão. Concluiu que todos os métodos apresentaram boas estimativas, exceto o método das Funções Lineares. O método dos Percentis apresentou os melhores resultados para modelagem da distribuição diamétrica na área estudada.

Negreiros, Dias e Couto (1990) avaliaram as funções Beta e Meyer por meio do teste  $\chi^2$  para avaliar a distribuição diamétrica de uma floresta pluvial no estado de São Paulo e concluíram que a função Beta apresentou melhores estimativas, de acordo com o teste de aderência utilizado.

Cunha (1995) testou os modelos Beta, Exponencial e Weibull na Estação Experimental de Curuá-una na floresta amazônica e concluiu que a função Beta apresentou as melhores estimativas.

Umaña e Alencar (1998) testaram as funções Beta (Momentos), Weibull (Máxima Verossimilhança) e Gama (Momentos) para ajustar a distribuição diamétrica na floresta amazônica e concluíram que a função Weibull apresentou os melhores ajustes de acordo com o teste Kolmogorov-Smirnov e análise gráfica de resíduos. Afirmaram que a função Beta também pode ser empregada para a área estudada, uma vez que esta função também foi aderente ao nível de 5%. Acrescentaram que, de modo geral, a função Beta tem apresentado melhores resultados para descrever a distribuição diamétrica na floresta amazônica, mas que a função Weibull deve ser melhor estudada.

Campos e Turnbull (1981) afirmaram que a função Beta, embora tenha proporcionado um ótimo ajuste em seus estudos de prognose da produção florestal, apresenta desvantagem quando comparada à função Weibull, devido à primeira não ser facilmente relacionada a certos atributos do povoamento.

Orellana (2009) trabalhou com dados de três remediações para a floresta como um todo e especificamente com 20 espécies de maior IVI e constatou que a função Weibull 3P apresentou estimativas mais próximas aos dados observados quando comparada à função Beta, mas ambas apresentaram estatísticas similares e podem ser usadas para descrever adequadamente a distribuição diamétrica da área estudada. Preferencialmente, o método da Máxima Verossimilhança deveria ser empregado para os ajustes das funções Weibull 3P e Beta.

Quando foram feitos os ajustes, a PNL em alguns casos mostrou melhorias nas estimativas e, portanto, é mais uma alternativa viável para o ajuste de fdps. Finalmente, com relação às estatísticas de avaliação das fdps, houve casos em que o EPE (%) e o índice de Reynolds apresentaram divergência quanto à indicação do melhor método de ajuste das funções avaliadas, mas o Índice de Reynolds gerou resultados mais condizentes com a realidade observada nos testes de aderência analisados (K-S e H-P), considerando os níveis de significância mencionados na metodologia (ORELLANA, 2009).

Orellana (2009) observou ainda que as frequências estimadas pelas funções Weibull 3P e Beta apresentaram valores próximos aos dados observados nas classes diamétricas, prova disso são os valores encontrados para o EPE (não ultrapassaram 4,5% em todas as situações), mas mesmo assim, em alguns casos, essas funções não apresentavam aderência entre as distribuições observada e estimada, conforme indicam os testes utilizados (K-S e H-P). Uma hipótese para esta inconsistência é a utilização de um grande número de observações para os ajustes (mais de 14.000 dados de DAP). Segundo Jackson (2001) os erros das estimativas em testes de aderência quando se utiliza um grande número de observações, devem em média, ser tão grandes quanto às situações em que os ajustes são feitos para pequenas amostras.

Outra justificativa para não aderência das funções é o modo como os dados de diâmetro estão dispostos. Foi verificado um grande número de observações nas primeiras classes e estas afetaram diretamente os resultados do teste K-S, o que sugere que o teste é sensível quando a frequência é grande nas classes, podendo este, indicar a falta de ajuste para as funções testadas. Por outro lado, o teste Hollander-Proschan, é aplicado para dados distintos e neste caso foi verificado que não sofreu interferência com grande número de repetições dos dados.

No entanto, no trabalho realizado por Orellana (2009), foi observado que, para a amplitude de classe utilizada, o teste K-S apresentou um maior número de casos em que a função de distribuição ajustada foi considerada adequada, quando comparado ao teste H-P.

## CONCLUSÕES

- A função Weibull 3P apresentou as melhores estimativas, conforme indicam o índice de Reynolds e o EPE (%). No entanto, a função Beta apresentou resultados próximos indicando que também poderia ser empregada para expressar a distribuição diamétrica da Floresta de Araucária estudada nesta pesquisa.
- A Máxima Verossimilhança foi o procedimento mais adequado para a estimativa dos parâmetros da Weibull 3P. O método dos Percentis também apresentou resultados satisfatórios.
- De acordo com o Índice de Reynolds, a utilização da Programação não linear melhorou os ajustes apenas para a função Beta.
- As funções de Meyer tipo I e II, assim como a Weibull 2P, não apresentaram resultados satisfatórios nos ajustes.
- As funções Weibull 2P e Meyer (tipo 1 e 2) apresentaram pouca flexibilidade e parecem inadequadas para descrever a distribuição diamétrica da tipologia florestal estudada.
- O Índice de Reynolds, por ter apresentado resultados coerentes com os dados observados e por ser de fácil aplicação, é uma ferramenta apropriada para avaliar funções que descrevem distribuições diamétricas.
- O teste de Kolmogorov-Smirnov apresentou maior número de casos em que a função de probabilidade ajustada foi considerada adequada, quando comparado ao teste de Hollander-Proschan, para o intervalo de classe utilizado.

## REFERÊNCIAS

- ABREU, J. C. et al. Modelagem da estrutura diamétrica de uma floresta de várzea no município de Macapá-AP. In: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO SOBRE MANEJO FLORESTAL, 5., 2011, Santa Maria. **Anais...** 2011. p. 337-344.
- BAILEY, T. R. L.; DELL, R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, Bethesda, v. 19, n.2, p. 97-104, 1973.
- BARRA, O. S. V. et al. Proposta Metodológica para ajuste ótimo da distribuição diamétrica Weibull 3P. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 34, n. 3, p. 387-393, 2004.
- BARROS, P. L. C. **Estudo das Distribuições Diamétricas da Floresta do Planalto Tapajós – Pará**. 1980. 123 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1980.
- BATISTA, J. L. F. **A função Weibull como modelo para a distribuição de diâmetros de espécies arbóreas tropicais**. 1989. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba, 1989.
- BURK, E. T.; BURKHART, E. H. **Diameter distributions and yields of natural stands of Loblolly Pine**. Publication No. FWS-1-84. School of Forestry and Wildlife Resources. Virginia: Polytechnic Institute and State University, 1984. 20 p.
- CAMPOS, J. C. C.; TURNBULL, K. J. Um sistema para estimar produção por classe de diâmetro e sua aplicação na interpretação de efeitos de desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 5, n. 1, p. 1-16, 1981.
- CAO, Q. V. Predicting Parameters of a Weibull Function for Modeling Diameter Distribution. **Forest Science**, Bethesda, v. 50, n. 5, p. 682-685, 2004.
- CUNHA, U. S. **Análise da estrutura diamétrica de uma floresta tropical úmida da Amazônia Brasileira**. 1995. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1995.
- DALLA LANA, M. et al. Distribuição diamétrica de *Eschweilera ovata* em um fragmento de floresta ombrófila densa – Igarassu, PE. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 43, n. 1, p. 59-68, 2013.
- DODSON, B. **The Weibull analysis handbook**. 2nd ed. [s. l.]: Quality Press, 2006. 162f.
- FINGER, C. A. G. **Fundamentos da biometria florestal**. Santa Maria: UFSM/CEPEF/FATEC,

1992. 269 p.

GOVE, H. J. Structural stocking guides: a new look at an old friend. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 34, p. 1044-1056, 2004.

GÜL, U. A. et al. Calculation of uneven-aged stand structures with the negative exponential distribution and Sterba's modified competition density rule. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 214, p. 212-220, 2005.

JACKSON, D. L. Sample size and number of parameter estimates in Maximum Likelihood confirmatory factor analysis: A Monte Carlo Investigation. **Structural Equation Modeling**, Santa Barbara, v. 8, n. 2, p. 205-223, 2001.

LASDON, L. S. A. Survey of Nonlinear Programming Algorithms and Software. In: FOUNDATIONS of Computer-Aided Chemical Process Design. New York: American Institute of Chemical Engineers, 1981. v. 1.

LIMA, R. A. F.; BATISTA, J. L. F.; PRADO, P. I. Modeling tree diameter distributions in natural forests: an evaluation of 10 statistical models. **Forest Science**, Bethesda, v. 60, p. 1-8, 2015.

MACHADO, S. A.; BARTOSZEK, A. C. P. S.; OLIVEIRA, E. B. Estudo da estrutura diamétrica para *Araucaria angustifolia* em florestas naturais nos estados da região sul do Brasil. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 26, n. 1/2, p. 59-70, 1997.

MACHADO, S. A. et al. Modelagem da distribuição diamétrica de quatro espécies de *Lauracea* em um fragmento de Floresta Ombrófila Mista. **Revista Ciências Exatas e Naturais**, Guarapuava, v. 12, n. 1, p. 91-105, 2010.

NANOS, N.; MONTERO, G. Spatial prediction of diameter distribution models. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 161, p. 147-158, 2002.

NEGREIROS, O. C.; DIAS, A. C.; COUTO, H. T. Z. Ajustagem de curvas de distribuição diamétrica de uma comunidade de floresta pluvial tropical no núcleo Sete Barras do Parque Estadual de Carlos Botelho/São Paulo. **Revista do Instituto Florestal**, São Paulo, v. 2, n. 1, p. 95-114, 1990.

ORELLANA, E. Funções densidade de probabilidade no ajuste da distribuição diamétrica de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista. 2009. 122 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati, 2009.

ORELLANA, E. et al. Modelagem da distribuição diamétrica de espécies florestais em um fragmento de floresta ombrófila mista. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 38, n. 2, p. 297-308, 2014.

PALAHÍ, M. et al. Comparison of beta, Johnson's SB, Weibull and truncated Weibull functions for modeling the diameter distribution of forest stands in Catalonia (north-east of Spain). **European Journal of Forest Research**, Berlin, v. 126, p. 563-571, 2007.

PEUHKURINEN, J.; MALTAMO, M.; MALINEN, J. Estimating species-specific diameter distributions and saw log recoveries of boreal forests from airborne laser scanning data and aerial photographs: a distribution-based approach. **Silva Fennica**, Vantaa, v. 42, n. 4, p. 625-641, 2008.

PODLASKI, R. Suitability of the selected statistical distributions for fitting diameter data in distinguished development stages and phases of near-natural mixed forest in the Swietokrzyski National Park (Poland). **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 236, p. 393-402, 2006.

PRODAN, M. et al. **Mensura Forestal**. San Jose: Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura, 1997. 586 p.

QIN, J.; CAO, Q. V.; BLOUIN, D. C. Projection of a diameter distribution through time. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 37, p. 188-194, 2007.

REYNOLDS JR., M. R.; BURK, T. E.; HUANG, W. C. Goodness-of-fit tests and model selection procedures for diameter distribution models. **Forest Science**, Bethesda, v. 34, n. 2, p. 373-399, 1988.

SCOLFORO, J. R. S. **Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas**. Lavras: UFLA; FAEPE, 1998. 441 f.

SIIPILEHTO, J. Modelling stand structure in young Scots pine dominated stands. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 257, p. 223-232, 2009.

THIERSCH, A. **Eficiência das distribuições diamétricas para prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis***. 1997. 155 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1997.

- THOMAS, C. et al. Comparação de equações volumétricas ajustadas com dados de cubagem e análise de tronco. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 16, n. 3, p. 319-327, 2006.
- TORRES-ROJO, J. M.; TORRES MARGAÑA, O. S.; MIRELES, M. A. Metodología para mejorar la predicción de parámetros de distribuciones diamétricas. **Revista Agrociencia**, Texcoco, v. 34, n. 5, p. 627-637, 2000.
- UMAÑA, C. L. A.; ALENCAR, J. C. Distribuições diamétricas da Floresta Tropical Úmida em uma área no município de Itacoatiara-AM. **Revista Acta Amazonica**, Manaus, v. 28, n. 2, p. 167-190, 1998.
- WESTPHAL, C. et al. Is the reverse J-shaped diameter distribution universally applicable in European virgin beech forests? **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 223, p. 75-83, 2006.
- ZANAKIS, S. H. A simulation study of some simple estimators for the three-parameter Weibull distribution. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, Abingdon, v. 9, p. 101-116, 1979.
- ZHANG, L. et al. A finite mixture of two Weibull distributions for modeling the diameter distributions of rotated-sigmoid, uneven-aged stands. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 31, p. 1654-1659, 2001.
- ZHANG, L.; LIU, C. Fitting irregular diameter distributions of forest stands by Weibull, modified Weibull, and mixture Weibull models. **Journal of Forest Research**, Tokyo, v. 11, p. 369-372, 2006.
- ZHU, J.-J. et al. Comparison of stand structure and growth between artificial and natural forest of *Pinussylvestris* var. *mongolica* on sandy land. **Journal of Forestry Research**, Harbin, v. 14, n. 2, p. 103-111, 2003.