UFSM

CIÊNCIA e NATURA

ISSN 2179-460X
OPEN ACCESS

Ci. e Nat., Santa Maria, v. 48, e89834, 2026 • https://doi.org/10.5902/2179460X89834
Submissão: 21/11/2024 • Aprovação: 08/09/2025 • Publicação: 23/10/2026

Ensino

Códigos corretores de erros para a Educação Básica: uma proposta de atividade utilizando a plataforma Scratch

Error-correcting codes for basic education: a proposal using scratch platform

Débora Aparecida Francisco Albanez[I], **Débora Amanda Marquez**[II]

[I] Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, PR, Brasil
[II] Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo, Ourinhos, SP, Brasil

RESUMO

Este trabalho tem o intuito de apresentar uma proposta para uma atividade didática introdutória ao ensino médio relacionada à Teoria de Códigos, mais especificamente aos Códigos Corretores de Erros (CCE) utilizando a ferramenta *Scratch*, um software educativo livre. Os CCE são um tipo de código utilizado em sistemas de comunicação (como por exemplo, transmissões de rádio, telefonia e internet) para detectar e corrigir erros que podem ocorrer durante a transmissão ou armazenamento de informações, erros estes oriundos de ruídos e/ou distorções nos sinais enviados. Através dos jogos *Código de Hamming* e *Código Cíclico*, desenvolvidos pelos autores na plataforma *Scratch*, os estudantes serão desafiados a identificar os erros que ocorrem durante a transmissão das informações e aplicar os conceitos dos Códigos Corretores de Erros para corrigi-los. Como consequência dessa proposta, temos a contextualização dos conteúdos matemáticos de polinômios e divisões de polinômios, mostrando assim a utilidade de tais conceitos no mundo tecnológico atual, e, portanto, contribuindo para a melhor compreensão dos estudantes, que podem apresentar dificuldade no entendimento desses temas devido as suas abstrações.

Palavras-chave: Códigos corretores de erros; Polinômios; Metodologia ativa; Scratch

ABSTRACT

This work aims to present an introductory didactic proposal for high school education related to Coding Theory, more specifically to Error Correction Codes (ECC) using *Scratch*, a free educational software. ECCs are a type of code used in communication systems (such as radio, telephony and internet) to detect and correct errors that might occur during the transmission or storage of information, errors originated from noise and/or distortions in the transmitted signals. Through the *Hamming Code* and *Cyclic Code* games, developed by the authors on the *Scratch* platform, students will be challenged to

Published by Ciência e Natura under a CC BY-NC-SA 4.0 license.

identify the errors that occur during the transmission of information and apply the concepts of Error Correction Codes to correct them. As a consequence of this proposal, we have the contextualization of the mathematical contents of polynomials and operations with polynomials, thus showing the usefulness of such concepts in the current technological world, and therefore contributing to a better understanding of students, who may have difficulties in understanding these abstractions.

Keywords: Error correction codes; Polynomials; Active methodology; Scratch

1 INTRODUÇÃO

"A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico" (BNCC, 2018). Devida a natureza abstrata da matemática como uma ciência exata, ensinar matrizes e polinômios na educação básica apresenta desafios significativos, pois muitas vezes a apresentação desses conceitos se restringe apenas à abordagem algébrica, os estudantes podem apresentar dificuldades na compreensão. Eles frequentemente não são capazes de visualizar e conectar esses conceitos matemáticos com seu cotidiano, pois os polinômios não se manifestam diretamente em suas experiências diárias. Isso demanda dos docentes não apenas a habilidade de apresentar esses conceitos de forma clara e concisa (sem perder o rigor matemático de cada um dos conceitos) mas também a capacidade de relacionar os conceitos abstratos com situações práticas que façam sentido para os estudantes, motivando-os assim a terem um interesse maior sobre o conteúdo estudado, resultando em uma aprendizagem mais efetiva.

Dessa maneira, o objetivo deste trabalho é explorar a utilização de dois jogos digitais na educação (estratégia também conhecida como *gamificação*) desenvolvidos pelas autoras com o emprego de conceitos elementares em teoria de Códigos Corretores de Erros (CCE), para serem utilizados em sala de aula e, como consequência, mostrar aos estudantes uma aplicação prática do conceito matemático de polinômio e também trabalhar divisões polinomiais.

A utilização da gamificação segue uma abordagem pedagógica que busca incorporar elementos de jogos no ambiente de aprendizagem, beneficiando-se dos aspectos lúdicos e interativos deles para estimular o interesse dos estudantes. A ideia dessa proposta aqui apresentada surgiu do fato de que segundo (Bacich 2018), abordagens de ensino através de metodologias ativas propiciam a participação dos estudantes de maneira atuante no processo de aprendizagem, permitindo que eles construam o conhecimento de maneira flexível e interligada. Para os autores em (Dos Santos, 2014), os jogos eletrônicos têm o potencial de trazer benefícios aos processos educacionais, enriquecendo o ensino e aprendizagem. Independente da área de estudo, eles podem estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico, do pensamento cognitivo e computacional.

Em um meio de comunicação, quando se deseja transmitir e receber algum tipo de dado, bem como armazená-lo de maneira segura e confiável, os CCE desempenham um papel fundamental. Tais códigos são projetados para detectar e corrigir erros que possam ocorrer durante a comunicação (transmissão e recepção) ou o armazenamento de informações, devido a interferências externas. Sua importância reside na garantia da integridade dos dados, tornando a comunicação mais segura e eficiente. Eles estão presentes nas redes Wi-Fi que utilizamos para nos conectarmos à internet, nos dispositivos que armazenam músicas, filmes e dados, nos códigos QR que escaneamos com smartphones, nas transmissões de dados via satélite e em telecomunicações de uma maneira geral. Segundo (Milies, 2009), códigos são amplamente utilizados em programas espaciais da NASA[1] e do JPL[2].

Um exemplo simples que ilustra a importância de uma transmissão e recepção de informações corretas para compreensão dos estudantes é supor que alguém deseja transmitir (neste caso, pronunciar) a palavra “lotado” para a pessoa que se encontra à sua frente; porém devido a algum tipo de interferência, o ouvinte entende a palavra “bolado”, a qual pode não fazer sentido algum no contexto da conversa,

[1] National Aeronautics and Space Administration

[2] Jet Propulsion Laboratory

ou até mesmo distorcer o contexto desta. Nesse caso, a interferência é conhecida como *ruído*. O ruído refere-se a qualquer distorção ou interferência indesejada que ocorre durante a transmissão de informações, que pode surgir de várias fontes tais como barulho, sinais elétricos indesejados, interferência eletromagnética, falhas nos dispositivos de transmissão entre outros.

De uma maneira geral, quando desejamos enviar uma mensagem, seja por sinais analógicos ou por sinais digitais, as interferências causadas pelos ruídos podem afetar a qualidade da mensagem original, levando a erros na recepção de informação. Para combater os efeitos do ruído no processo de transmissão de informações (já que o combate aos ruídos pode ser inviável, ou mesmo impossível) são utilizados os CCE.

Ao explicitar em sala de aula a utilização de polinômios e divisões polinomiais como instrumento para a criação dos Códigos Corretores de Erros e, a partir disso, obter a garantia da integridade das informações transmitidas, os estudantes poderão constatar a relevância da matemática no mundo atual de inovações tecnológicas constantes, cuja transmissão e recepção de dados vem tomando proporções cada vez maiores. Segundo (Da Silva, 2017), a escola tem pela frente um enorme desafio, já que o avanço cada vez mais acelerado de dispositivos eletrônicos e a democratização do acesso à internet mudaram os fluxos informacionais, a velocidade e o alcance com que as informações são compartilhadas.

Este trabalho apresenta-se estruturado da seguinte maneira: No Capítulo 2, apresentamos a teoria básica de CCE, na qual se baseia o desenvolvimento dos jogos no *Scratch*, bem como a proposta de atividade didática, que está desenvolvida no Capítulo 3. Por fim, as considerações finais são apresentadas no Capítulo 4.

2 CÓDIGOS CORRETORES DE ERROS (CCE)

Nessa seção temos o intuito de abordar os conceitos de CCE de maneira simples e intuitiva, proporcionando assim aos estudantes a fácil compreensão das noções básicas desse ramo do conhecimento, sem a necessidade de teorias

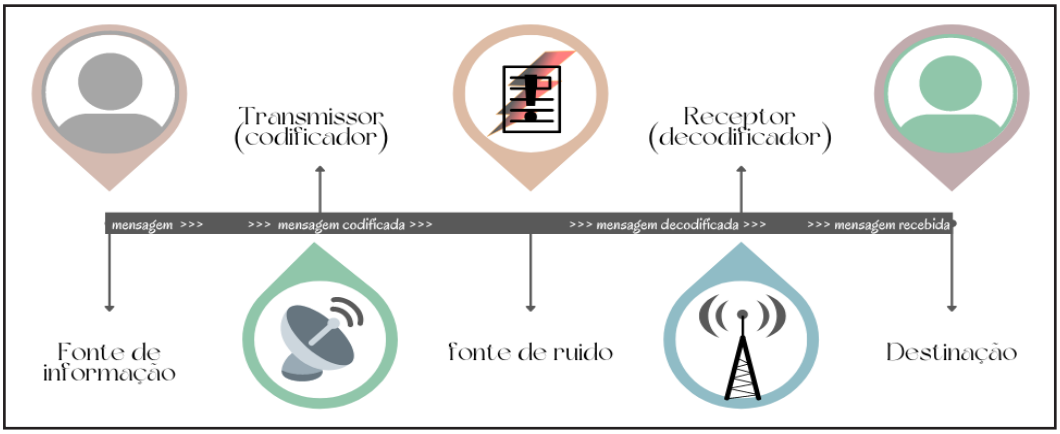
matemáticas mais avançadas, as quais estão presentes nesse ramo. A teoria aqui abordada foi baseada em (Hefez, 2008).

2.1 Conceitos básicos em teoria de CCE

Quando lidamos com um sistema de comunicação, mesmo com a evolução da tecnologia, ainda há espaço para os ruídos que podem prejudicar a precisão e a clareza de uma mensagem transmitida. Devido a esse fato, é necessária a implementação de um CCE neste meio de comunicação. De maneira simples, este código funciona codificando as informações de origem antes da transmissão da informação por meio da inclusão de informações adicionais, e decodificando-as após a recepção. Se um erro for detectado durante a decodificação, ele pode ser corrigido pelo código corretor de erros, restaurando a informação original. Para uma noção introdutória da teoria de CCE, sugerimos Milies (2009), Bahia (2010), Silveira (2015) e Carvalho (2014).

O diagrama a seguir, conhecido como diagrama de Shannon, apresenta de forma simplificada, os principais elementos envolvidos na transmissão de uma informação, a qual também chamamos de *mensagem*. A Figura 1 ilustra a relação entre a mensagem original, o ruído que pode interferir na transmissão e a mensagem recebida.

Figura 1 – Diagrama de Shannon



Fonte: inspirado em Shannon (1948)

Na teoria de CCE, definimos código como um conjunto de símbolos usados na transmissão e recepção de mensagens. O exemplo mais comum de código é o chamado código binário, formado pelos dígitos 0 e 1 (também comumente chamados de *bits*). Tal código é amplamente utilizado na computação e foi estudado pelo matemático alemão G. Leibniz (1646-1716). Utilizaremos o código binário para a proposta de atividade com os estudantes.

Um exemplo elementar de detecção de apenas um erro utilizando código binário em transmissões simples de dados, como comunicação serial entre dispositivos e em memórias antigas de computadores, é o chamado *bit de paridade*. Ele consiste em adicionar um bit extra ao final de uma sequência de bits que se deseja transmitir, de modo que o número total de bits "1" seja par. Isso é feito adicionando o bit 0 caso o número de 1's já seja par ou adicionando o bit 1 caso a quantidade de 1's da sequência seja ímpar. Ao receber a mensagem, o receptor contará o número de 1's e, caso este seja par, significa que a mensagem não possui um erro. Se o número de 1's recebido for ímpar, houve um erro.

Exemplificando, suponha que se queira transmitir a sequência 1011. Note que esta possui três 1's, isto é, um número ímpar de 1's. Então adiciona-se o bit 1 ao final da sequência, sendo transmitida então a nova sequência 10111, a qual agora contém um número par de 1's. Após o recebimento da mensagem, deve-se contar o número de 1's e, caso este seja par, significa que não houve erro durante o processo de transmissão. Caso o número de 1's recebido seja ímpar, por exemplo, a mensagem recebida foi 10011, então conclui-se que há um erro na mensagem recebida.

Caso a sequência que se queira transmitir fosse 1001, a qual consta de um número par de 1's, o bit de paridade acrescentado deve ser 0, isto é, transmite-se a mensagem 10010.

Note que a técnica bit de paridade detecta apenas um único erro, pois caso houvesse dois bits corrompidos o número de 1's continuaria sendo par, assim como o transmitido. Além disso, tal técnica elementar não é capaz de apontar qual é a posição do bit que foi corrompido, e, portanto, de corrigi-lo.

Suponhamos que desejamos transmitir as quatro mensagens DIREITA, ESQUERDA, ACIMA e ABAIXO através de um canal de comunicação. Ao serem processadas pela fonte de informação, essas mensagens serão codificadas em um conjunto de símbolos utilizando o código binário, fazendo as correspondências DIREITA=00, ESQUERDA=01, ACIMA=10 e ABAIXO=11 e assim construímos o conjunto código C = {00, 01, 10, 11}. Assumimos que o *comprimento n* de cada elemento deste código é 2, isto é, o número de dígitos de cada elemento de C é n = 2. Nomearemos como *palavra-código* um elemento de um código C e apenas como *palavra* uma sequência qualquer de bits.

A distância *de Hamming* é o número de mudanças (ou "erros") necessários para transformar uma palavra-código em outra. Dito de outro modo, é o número de dígitos dos quais duas palavras-código diferem. No nosso exemplo, temos as seguintes distâncias de Hamming entre as palavras-código:

$d(00,01) = 1$, $d(00,10) = 1$, $d(00, 11) = 2$, $d(01,10) = 2$, $d(01,11) = 1$ e $d(10,11) = 1$.

Suponha que o canal de transmissão queira enviar a mensagem DIREITA para um certo canal receptor.Utilizando o conjunto código C citado, ele deverá enviar a palavra-código 00.Porém, se durante a transmissão essa palavra-código sofrer algum efeito de ruído (o que é bastante comum em um cenário de comunicação, que algumas informações sejam alteradas por interferências) que modifique o segundo dígito de 0 para 1, a palavra que chegará ao receptor final é 01, ou seja, uma palavra-código, visto que a palavra pertence ao código C, a qual significa ESQUERDA. Assim, o código construído dessa forma não é uma maneira eficiente de comunicação entre dois canais, já que o recebido neste caso foi o oposto do que se desejou transmitir.

O canal de recepção não foi capaz de identificar o erro porque a palavra-código 01 consta em sua base de dados como uma palavra válida: a palavra ESQUERDA. Por esse motivo, é crucial adicionar informações suplementares ao código, e uma maneira é ampliando o comprimento de suas palavras-código e, consequentemente, mitigando os efeitos adversos do ruído durante o processo de transmissão dessa

informação, para que o canal receptor possa identificar o(s) erro(s) e também os corrigir, recuperando-se assim a informação originalmente correta.

Vamos construir no exemplo abaixo uma maneira mais eficiente do que o código citado anteriormente para a transmissão das mensagens DIREITA, ESQUERDA, ACIMA e ABAIXO:

Exemplo: Considere a seguinte identificação em código binário para as palavras a seguir: DIREITA=00000, ESQUERDA=01011, ACIMA= 10110 e ABAIXO= 11101, e assim temos o código $\widetilde{C}$ = {00000, 01011, 10110, 11101}, com n = 5 como o comprimento de cada palavra-código. Analisando as distâncias de Hamming:

d(00000, 01011) = 3, d(00000, 10110) = 3, d(00000, 11101) = 4,

d(01011, 10110) = 4, d(01011, 11101) = 3, d(10110, 11101) = 3,

Percebemos que caso haja a modificação por ruído de 1 ou 2 dígitos em uma das quatro palavras-código que se queira transmitir, a nova palavra não pertence ao código $\widetilde{C}$ e, portanto, não constará nos dados do canal receptor, identificando assim um erro. Note que o código $\widetilde{C}$ foi criado a partir do código C adicionando outros três dígitos à direita em cada palavra-código de C, isto é, acrescentando o que chamamos de *redundâncias*.

Identificamos no nosso exemplo que a distância mínima do código $\widetilde{C}$ é d=3. Um código é considerado eficiente se $d \geq 3$ e segundo (Hefez, 2008), a capacidade de correção é de até 1 erro, enquanto a de detecção é de até 2 erros, ou seja, o código consegue identificar quando até dois dígitos foram alterados durante a transmissão, mas só é capaz de localizar e corrigir, de imediato, no máximo um desses erros.

Existem diversos tipos de códigos, cada um com métodos distintos para criar redundâncias e corrigir erros quando estes são identificados. Vamos explorar aqui o tipo de código denominado Código Cíclico, que emprega conceitos matemáticos de matrizes e polinômios, para otimizar a detecção e a correção de falhas.

De maneira simples, no Código Cíclico, uma matriz denominada *matriz geradora* é incumbida da geração das redundâncias, isto é, de gerar os dígitos adicionais que

constituem um código quando este é processado pelo transmissor (codificador). Esta matriz é formulada a partir de um polinômio, chamado de *polinômio gerador* do código. Ele é o polinômio mônico $g(x)$ de menor grau, definido sobre o corpo Z_2 (identificado aqui como o conjunto dos bits 0 e 1) que satisfaz duas condições: divide o polinômio x^n -1, onde n é o comprimento das palavras do código e "gera" todas as palavras do código.

Como exemplo, suponha que se deseja transmitir a mensagem DIREITA, codificada pela palavra-código 11, um elemento do código C = {00, 01, 10, 11}. Desejamos, entretanto, que essa palavra-código possua comprimento n = 7. Para isso, acrescentam-se cinco algarismos à direita da palavra original (que já possui 2 algarismos). Isso é feito considerando-se o polinômio gerador $g(x)x^3 + x + 1$, e assim de acordo com as regras estabelecidas acerca do polinômio gerador, a palavra-código 11 é codificada como 1101000. Para uma compreensão mais detalhada de como essa codificação é obtida a partir das operações com o polinômio gerador, recomenda-se a leitura de (Marquez, 2023).

Vamos supor agora que a palavra 1101000 tenha sido corrompida, sendo recebida como 1101001. Podemos escrever essa palavra na forma polinomial, em que os algarismos correspondem aos coeficientes de um polinômio de grau 6, visto que cada palavra tem comprimento 7, isto é, $n = 7$. Assim,

$$1101001 \equiv 1x^0 + 1x^1 + 0x^2 + 1x^3 + 0x^4 + 0x^5 + 1x^6 = 1 + x + x^3 + x^6,$$

Logo, $1101001 \equiv 1 + x + x^3 + x^6$. Para verificar que a palavra possui qualquer tipo de erro, basta dividi-la pelo polinômio gerador $g(x) = x^3 + x + 1$. Assim, temos como resto r(x) da divisão do polinômio $1 + x + x^3 + x^6$ pelo polinômio gerador, o polinômio $r(x) = -x^2 + 1$. Note que, o resto da divisão é diferente de zero, o que significa que houve interferência do ruído e a palavra foi afetada. Podemos relacionar o polinômio $-x^2 + 1$ com seus respectivos coeficientes, identificando o coeficiente –1 com o dígito 1, e assim teremos $-x^2 + 1 = 1x^0 + 0x^1 - 1x^2 \equiv 101$. Para entender qual informação a palavra 101 carrega, é necessário introduzir a matriz de teste de paridade, feito a seguir. No Código Cíclico, temos outra matriz chamada

de *matriz de teste de paridade,* que é responsável pela decodificação da mensagem quando esta passa pelo receptor. Essa matriz "avalia" a validade das palavras que chegaram, isto é, das palavras codificadas, assegurando que a mensagem não tenha sido corrompida por ruído. Se a mensagem foi alterada, a matriz de teste de paridade realizará a identificação e a correção dos erros, restaurando assim a integridade da mensagem original.

A matriz teste de paridade é construída basicamente com os deslocamentos cíclicos (isto é, "empurrar" uma sequência de bits para a direita, trazendo o último bit de volta para o início) dos coeficientes de h(x), onde $\mathrm{h(x)=x7-1g(x)}$, sendo g(x) o polinômio gerador do código cíclico e a potência 7 do numerador de h(x) devido ao comprimento do código, no nosso caso, n = 7 . Para maiores detalhes, consultar Marquez (2023).

Considerando o exemplo anterior, temos a matriz teste de paridade dada por

$$h(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Observe que 101 corresponde à sétima coluna da matriz *h*(*x*) e isto significa que houve um erro na sétima posição da palavra 1101001. Assim, para corrigir o erro basta trocar 1 por 0, ou seja, a palavra sem presença de erro é dada por 1101000, isto é, a codificação da mensagem DIREITA.

2.2 O Scratch como ferramenta de ensino

Em (Koerich, 2000), a autora enfatiza a importância de uma abordagem eficaz para a transição da linguagem numérica para a linguagem algébrica. A autora também destaca que, para superar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes, é fundamental resolver uma ampla gama de exercícios que envolvam situações-problema com aplicações práticas. De acordo com (D'Ambrósio 2009), é essencial que os conteúdos matemáticos sejam contextualizados no cotidiano dos estudantes para que adquiram um significado mais relevante e aplicável.

Além disso, em (Silva 2015), os autores apontam a importância dos polinômios como um conceito fundamental no currículo das escolas brasileiras enfatizando que,

embora os polinômios sejam essenciais para o desenvolvimento das habilidades algébricas dos estudantes, muitos enfrentam dificuldades significativas na compreensão desses conceitos abstratos. Da mesma forma, de acordo com (Gravina, 2012), o ensino de matrizes enfrenta desafios significativos devido à sua natureza abstrata e ao pouco envolvimento com situações do cotidiano dos estudantes. Além disso, os autores discutem como a falta de contextualização prática pode dificultar a compreensão de conceitos matemáticos complexos.

Para este artigo propomos uma abordagem inovadora para o ensino de operações com polinômios e matrizes a estudantes do ensino médio, utilizando teoria e prática dos conceitos de Códigos Corretores de Erros através da plataforma de ensino *Scratch*. O *Scratch* é uma poderosa ferramenta de programação desenvolvida pelo Massachusetts Institute of Technology (MIT) com o objetivo de introduzir conceitos de programação e lógica por meio da programação em blocos. Além disso, os estudantes ou qualquer pessoa interessada podem explorar e aproveitar as inúmeras produções já compartilhadas na plataforma do *Scratch*.

A utilização da plataforma *Scratch* dentro da sala de aula no estado de São Paulo tem se consolidado como uma prática pedagógica nas aulas de "Tecnologia e Inovação", em todos os anos do ensino fundamental e médio. As escolas têm incorporado o *Scratch* no currículo com o objetivo de promover aos estudantes habilidades consideradas essenciais para o enfrentamento de desafios do século XXI, como o pensamento lógico e resolução de problemas através do estímulo da criatividade, através da criação de projetos interativos e jogos.

> [...] ao usarmos o *Scratch* buscamos oportunizar aos estudantes a incorporação do raciocínio lógico-dedutivo de uma maneira tecnologicamente inovadora, a fim de estimular a sua criatividade por meio do uso de tecnologias digitais, assim como contribuir para a apreensão do conhecimento de forma mais natural, duradoura e divertida; fatores importantes para o seu desenvolvimento social e intelectual, entrelaçados com os saberes matemáticos (Damasceno, 2020, p.4-5)

Para mais trabalhos envolvendo a plataforma *Scratch* como uma ferramenta facilitadora do processo de ensino e aprendizagem, indicamos por exemplo, Cabral (2015), Castro (2017) e Santos (2017).

Figura 2 – Telas iniciais dos jogos criados pelas autoras



Fonte: https://scratch.mit.edu/projects/839358497/ ; https://scratch.mit.edu/projects/857507588/

A proposta didática apresenta a utilização em sala de aula dos jogos desenvolvidos pelas autoras na plataforma *Scratch* para que os estudantes, através do processo de gamificação, possam perceber a importância dos conceitos de matrizes e polinômios, sendo estes aplicados em tecnologias atuais como os CCE. O domínio dos conteúdos preliminares de divisão de polinômios permite aos estudantes compreenderem os fundamentos teóricos e aplicá-los na prática, tanto na implementação dos códigos quanto na análise de sua eficiência e capacidade de correção de erros.

Na prática, através dos jogos *Código de Hamming* e *Código Cíclico*, os estudantes serão desafiados a identificar os erros que ocorrem durante a transmissão das informações e aplicar os conceitos dos CCE para corrigi-los.

Os jogos apresentados neste artigo podem ser facilmente localizados na plataforma Scratch, inserindo-se, na barra de pesquisa, os termos “Código de Hamming” e “Código Cíclico”.

Figura 3 - Barra de pesquisa da plataforma Scratch



Fonte: https://scratch.mit.edu

3 PROPOSTA DE ATIVIDADE

Caso seja pertinente, o leitor pode consultar o trabalho de (Marquez, 2023), dissertação a qual esse artigo foi inspirado, para o estudo de códigos com maiores detalhes.

A atividade aqui proposta consiste na aplicação de dois jogos relacionados a teoria de CCE desenvolvidos pelas autoras com o intuito de introduzir a teoria básica de códigos aos estudantes. A sistematização e os detalhes estão descritos a seguir.

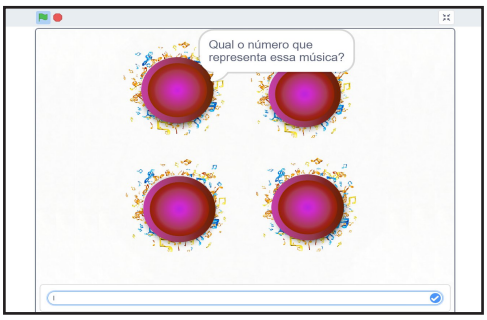
3.1 Explorando a ideia elementar de codificação e recepção de mensagens

No primeiro momento, com o objetivo de introduzir a ideia de codificação e a eficiência de um código, o docente deve dar início à atividade dividindo a sala em grupos e propondo o jogo *Código de Hamming* encontrado no *Scratch* através do link do jogo criado pelas autoras: https://scratch.mit.edu/projects/839358497/.

Uma sugestão é dividir a sala em grupo de no máximo 3 alunos.

Para iniciar o jogo, as instruções serão exibidas e a ideia é que os estudantes relacionem sons aos dígitos 0 e 1. Após as instruções, serão apresentadas quatro músicas em formato de toques compostas por sequências de sons que estão relacionados aos dígitos 0 e 1; por exemplo, uma música que represente o código 01001. Os estudantes terão a tarefa de transcrever essas composições em forma de sequências de dígitos, como mostrada na tela da Figura 4. Dessa forma, eles poderão identificar a ideia primária de codificação, ao transformarem um som em um código de dígitos binários.

Figura 4 – Jogo: Código de Hamming (tela dos sons)



Fonte: https://scratch.mit.edu/projects/839358497/

Caso o estudante não insira a resposta correta devido ao possível “ruído”, uma nova tela será exibida, permitindo que ele ouça novamente o som e visualize todos os elementos do código, com intuito de fazer uma associação com o mais próximo possível, como na Figura 5.

Após o término do jogo, o docente deve propor um momento de reflexão com os estudantes, instigando aqueles que não conseguiram escrever o código ouvindo a música-código somente uma vez a procurar a razão para que isso tenha acontecido, e, portanto, relacionando assim os conceitos de transmissão e ruídos, que claramente atrapalham o recebimento da mensagem pelo receptor.

Figura 5 – Jogo: Código de Hamming (tela dos sons codificados em um código binário, já com suas redundâncias)



Fonte: https://scratch.mit.edu/projects/839358497/

Para a compreensão dos estudantes sobre a *distância de Hamming*, dizemos que é uma maneira utilizada para medir a diferença entre duas sequências de dígitos, isto é, entre duas palavras, contando o número de posições em que elas diferem, o que é importante para determinar a eficiência de correção de um código. No jogo em questão, vimos que os estudantes são orientados a relacionar a palavra escutada com as sequências de dígitos 00000, 01011, 10110, 11101. Por exemplo, se a palavra que eles escutaram não estiver entre as opções, porém a sua “escuta” produziu apenas um erro de um dígito em uma posição aleatória, eles poderão identificar esse erro facilmente comparando com as palavras apresentadas.

Ainda explorando a ideia de distância com os estudantes, isto é, os dígitos que diferem uma mensagem da outra, é interessante instigá-los a pensar o que aconteceria caso eles cometessem dois erros ao digitar uma palavra.

Por exemplo, se ao invés de escutar a mensagem correta originalmente tocada 00000, o estudante entender, devido a alguns ruídos, a palavra 10100, ele não conseguirá corrigir o erro com base na proximidade com a mensagem original, pois 10100 pode ser considerado "próximo" tanto de 00000 quanto de 11101, pois ambas as palavras possuem 2 dígitos de diferença de 10100. Isso acontece porque a menor distância entre essas palavras é 3 (vide Figura 5), e cometendo "apenas" dois erros não é possível a correção.

É importante que o docente promova um momento de diálogo com os estudantes para identificar se estes têm conhecimento de situações do cotidiano em que esses códigos são utilizados e os conduza a pensar em uma situação em que seria desastroso caso uma mensagem não chegue corretamente ao seu destino, destacando assim a importância dos códigos corretores de erros.

3.2 Corrigindo erros através de operações envolvendo polinômios

O segundo momento da atividade envolve a utilização do segundo jogo desenvolvido para ser trabalhado com os estudantes, o jogo *Código Cíclico.* Inicialmente, o docente deve apresentar a reflexão de que o processo de transmissão de informações envolve a transferência de dados de um ponto para outro, seja por meio de comunicação sem fio como um diálogo, por exemplo, ou cabos de rede e outros meios de transmissão.

Neste ponto, vale destacar aos alunos que na etapa inicial do jogo, o ato de escutar os sons corresponde, em essência, ao processo de codificação de uma mensagem, transformando os sons em uma composição de dígitos binários. Essa conversão é necessária para que os dados possam ser representados e processados de forma eletrônica. Durante esse processo, o ruído pode ser introduzido, afetando a qualidade e integridade dos dados transmitidos. Neste momento, o docente pode exemplificar tal conceito relatando os barulhos dentro da sala de aula, tais como o som do ventilador ou outros estudantes

conversando dentro e fora da sala de aula. No caso de transmissão de mensagens por celular, um exemplo seriam os erros de digitação, entre outras possibilidades.

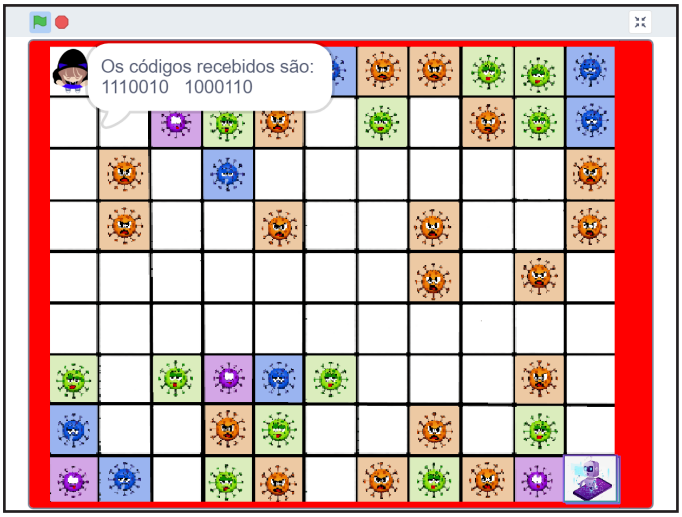
É também interessante discorrer com os estudantes que mesmo que ocorra ruído e consequentemente a mensagem original seja diferente da mensagem recebida, os CCE deverão ser capazes de detectar e corrigir esses erros, garantindo que, ao final da transmissão, a mensagem recebida seja igual a mensagem originalmente enviada.

O Código Cíclico, um tipo de CCE o qual foi a inspiração para a criação do jogo, consiste basicamente em adicionar redundâncias, isto é, dígitos adicionais às palavras-código e aplicar estratégias para detectar possíveis trocas de posição dos elementos das palavras.

Para o início da utilização do jogo *Código Cíclico* no *Scratch*, cujo objetivo é explorar a utilização de CCE com os estudantes, é relevante que em um primeiro momento se discuta com se eles conseguem pensar em uma situação em que os conceitos de polinômios e suas divisões podem ser aplicados.

Na primeira parte deste jogo, que pode ser acessado em https://scratch.mit.edu/projects/857507588/, há um Hacker e um robô em uma espécie de tabuleiro quadriculado, onde os estudantes deverão indicar qual caminho o Hacker deve percorrer para chegar até o robô (ver Figura 6). Os comandos disponíveis no teclado são: “Andar” (seta para baixo), “Girar 90º no sentido anti-horário” (seta para a direita) e “Girar 90º no sentido horário” (seta para a esquerda).

Figura 6 – Jogo: Código Cíclico (tela de decodificação)



Fonte:https://scratch.mit.edu/projects/857507588/

Note que há várias possibilidades de respostas, os estudantes devem identificar e anotar em um papel dois desses caminhos observados, no formato de “DIREITA”, “ESQUERDA” e “SIGA” seguido pelo número de casas que o Hacker irá andar. Um exemplo: comando 1 = SIGA 4, comando 2 = DIREITA e SIGA 6, comando 3 = ESQUERDA e SIGA 1, comando 4 = DIREITA e SIGA 4 e finalmente comando 5 = ESQUERDA e SIGA 3.

Observe que o caminho mais curto requer no mínimo 3 comandos. Eles são: comando 1 = SIGA 5, comando 2 = DIREITA e SIGA 10 e comando 3 = ESQUERDA e SIGA 3.

Após a escrita desses dois caminhos, o estudante deve aplicá-los ao jogo: percorrendo o primeiro caminho e chegando até o robô, aparecerá uma tela perguntando se há outro caminho, momento então onde ele deve seguir o segundo caminho por ele identificado e escrito.

Após essa primeira etapa, o docente deve instruir os estudantes que é possível escrever uma mensagem que dizem respeito a movimentação do Hacker:

M = {SIGA, DIREITA, ESQUERDA, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

Em termos de códigos utilizando os dígitos binários da seguinte forma:

C = {1110010, 1101000, 0110100, 0010111, 1010001, 1011100, 1000110, 0100011, 0011010, 1100101, 0111001, 0001101, 1001011},

Onde cada elemento do conjunto M está representado como uma palavra-código em código binário em C em suas respectivas posições.

O próximo passo agora é representar essas palavras-código do conjunto C acima na forma polinomial, fazendo então uma “equivalência” entre uma palavra-código e um polinômio. Isto é feito considerando os dígitos de cada palavra-código como coeficientes dos polinômios, iniciando com o coeficiente do termo de grau zero. Por exemplo, para a palavra-código 1110010 temos a seguinte escrita polinomial:

$$1110010 \equiv 1x^0 + 1x + 1x^2 + 0x^3 + 0x^4 + 1x^5 + 0x^6 = 1 + x + x^2 + x^5$$

Procedendo desta maneira, as palavras-código do código C descritas anteriormente devem ser escritas pelos estudantes na forma polinomial e, portanto, temos

$C= 1 + x^2 + x^3 + x^4$, $1 + x^4 + x^5$, $x + x^5 + x^6$, $x^2 + x^3 + x^5$, $1 + x + x^4 + x^6$, $x + x^2 + x^3 + x^6$, $x^3 + x^4 + x^6$,$1 + x^3 + x^5 + x^6$.

Agora o docente deve fornecer aos estudantes a tabela de comandos de decodificação elaborada pelas autoras e mostrada na Figura 7, a qual se encontra no jogo do *Scratch* com o intuito de facilitar o jogo. Além disso, deve fornecer também o polinômio gerador $g(x) = x^3 + x + 1$ e a chamada *matriz teste de paridade*

$$h(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Que serão utilizados posteriormente. Para justificativa e construção desse polinômio e dessa matriz, consultar (Marquez, 2023).

Figura 7 – Material elaborado para ser entregue aos estudantes



Fonte: Autoras (2024)

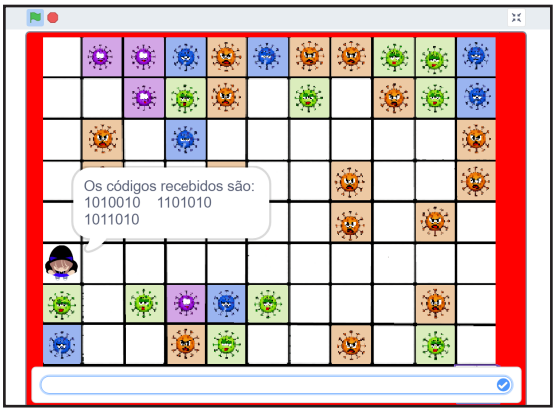
Inicialmente, as mensagens apresentadas na tela do jogo serão apenas palavras-código sem a presença de erros, ou seja, supõe-se que o ruído não tenha alterado nenhum dígito, conforme ilustrado na Figura 6. Os estudantes receberão a mensagem codificada e terão que interpretar qual é a mensagem original, em outras palavras, eles

devem decodificá-la com a ajuda da tabela de decodificação da Figura 7, como parte do processo descrito no diagrama apresentado na Figura 1. As colunas desta tabela referem-se aos elementos do código C relacionados aos comandos que o robô deve executar, onde estão destacados em vermelho os bits de redundância para cada elemento.

Note que neste caso, realizar as decodificações reduz-se apenas a relacionar as mensagens codificadas com os comandos apresentados na tabela da Figura 7 com a mensagem “DIREITA”, “ESQUERDA” e “SIGA”, seguidas pelo número de casas que o Hacker deverá caminhar para que ele encontre o robô. Dessa forma, utiliza-se o teclado para aplicar os comandos até que o estudante conclua o percurso.

Na terceira parte do jogo, os estudantes serão desafiados a decodificar as mensagens, sabendo que cada uma delas possui, no máximo, um erro em alguma posição. Além disso, as posições das palavras podem estar alteradas. Por exemplo, veja a Figura 8.

Figura 8 – Jogo: Código Cíclico (tela de decodificação com erros)



Fonte: https://scratch.mit.edu/projects/857507588/

Dadas as palavras-código 1010010, 1101010 e 1011010, os estudantes deverão escrever em sua na forma polinomial sabendo que tais mensagens são os coeficientes dos seguintes polinômios, respectivamente:

$1 + 0x + x^2 + 0x^3 + 0x^4 + x^5$,

$1 + x + 0x^2 + x^3 + 0x^4 + x^5$,

$1 + 0x + x^2 + x^3 + 0x^4 + x^5$,

Em seguida, eles deverão dividir os polinômios acima pelo polinômio gerador dado $1 + x + x^3$, empregando assim na prática a operação matemática de divisão de polinômios:

Figura 9 – Processo de divisão pelo polinômio gerador

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^3+x+1 \\ \hline x & x^2-1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x^5+x^3+x+1 & x^3+x+1 \\ \hline -x^2+x+1 & x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} x^5+x^3+x^2+1 & x^3+x+1 \\ \hline 1 & x^2 \end{array}$$

Fonte: Autoras (2024)

Observação: O processo de divisão acima é feito considerando o polinômio gerador como divisor, devido ao fato de que toda palavra código transmitida é múltipla do polinômio gerador g(x) e assim se não houver erro, o código recebido também será múltiplo de g(x). Caso haja erro, o polinômio resto da divisão será não-nulo e podemos então identificar que houve um erro no processo de transmissão-recepção da mensagem.

Finalmente, os estudantes poderão recuperar as mensagens corretas que foram transmitidas através da matriz teste de paridade da seguinte forma:

1. Identifique os coeficientes dos polinômios que aparecem nos restos das divisões feitas acima, da seguinte maneira: Se o coeficiente do termo de um certo grau for diferente de zero, isto é, 1 ou -1, identificamos como 1; e se o coeficiente de um termo de certo grau for 0, identificamos como 0. A identificação deverá ser escrita iniciando no coeficiente do termo de grau 0 até o coeficiente do termo de grau 2.

2. Com os coeficientes dos restos das divisões encontrados no passo anterior, procuramos em qual posição das colunas da matriz teste de paridade estão esses coeficientes:

$$h(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Por exemplo, se os coeficientes do resto da divisão são 111, eles se encontram na sexta coluna da matriz acima, o que significa que o erro está na sexta posição da mensagem; E assim para recuperar a mensagem original basta trocar o dígito 0 para 1 ou 1 para 0 na sexta posição da mensagem recebida.

Assim, no exemplo anterior temos os três polinômios restos

$R(x) = \{x, -x^2 + x + 1, 1\}$,

E identificado seus coeficientes temos, respectivamente, $R(x) = \{x, -x^2 + x + 1, 1\}$. Isso indica que as posições dos erros da mensagem recebida estão nas segunda, sexta e primeira colunas da matriz h(x), respectivamente. Portanto basta trocar os dígitos da segunda, sexta e primeira posições da mensagem recebida; logo, a mensagem correta é 1110010, 1101000 e 0011010 sendo relacionado com as palavras “SIGA”, “DIREITA” e “6”, respectivamente. Reescrevendo na ordem temos então os comandos “DIREITA”, “SIGA” e “6”.

Dessa maneira, através da divisão de polinômios, os estudantes deverão realizar as decodificações e a correção das mensagens para avançar no jogo até que o Hacker encontre o robô e assim o jogo estará finalizado. Vencerá o jogo o grupo que finalizá-lo mais rapidamente.

O docente pode finalizar a aula debatendo a ideia da utilização de polinômios e matrizes, mostrando aos estudantes que, inicialmente, esses conceitos podem parecer sem aplicação direta, mas que, na prática, possuem diversas aplicações relevantes.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste artigo, exploramos a teoria preliminar dos Códigos Corretores de Erros, os quais são amplamente utilizados em sistemas tecnológicos da atualidade. Além disso, apresentamos a proposta de utilizar a gamificação como estratégia de ensino no ambiente escolar, enfrentando os desafios no processo de ensino-aprendizagem. Ao ensinar aos estudantes sobre os Códigos Corretores de Erros, podemos ajudá-los a

explorar o potencial da matemática em diversas áreas, principalmente a área tecnológica, a qual costuma despertar um interesse natural na maioria deles.

A combinação dos Códigos Corretores de Erros e a gamificação usados do ambiente *Scratch* para aula tem o intuito de oferecer uma abordagem diferente para o desenvolvimento de habilidades tecnológicas e, mais precisamente, uma aplicação para o ensino de polinômios. Ao perceberem as aplicações práticas desses conceitos, os estudantes são incentivados a buscar conhecimentos mais avançados e a compreender como a matemática está presente em diferentes aspectos de suas vidas.

Ao olhar a introdução de jogos tecnológicos no contexto educacional por um outro prisma, percebemos que os estudantes são estimulados a trabalhar em equipe, resolver problemas, tomar decisões e enfrentar desafios de maneira colaborativa. Os jogos proporcionam um ambiente seguro para experimentação e erro, permitindo que eles aprendam com suas falhas e desenvolvam estratégias para superar obstáculos.

É importante ressaltar que a jornada de aprendizagem não está isenta de desafios. Introduzir um tema novo, como o uso de códigos corretores de erros e realizar operações como divisões de polinômios para obter os resultados desejados, não é uma tarefa fácil. Ressalta-se que o que foi apresentado neste artigo constitui uma proposta de aula, a qual ainda não foi aplicada. A implementação prática dessa aula e a análise de suas contribuições para o ensino-aprendizagem serão abordadas em um artigo futuro, no qual será detalhada a aplicação da gamificação e dos códigos corretores de erros no ambiente escolar.

No entanto, é exatamente nessas dificuldades que os estudantes têm a oportunidade de crescer e desenvolver suas habilidades. É importante fornecer um ambiente de aprendizado que estimule a persistência, a criatividade e o trabalho em equipe, para que os estudantes possam superar os desafios e alcançar um entendimento mais profundo dos códigos corretores de erros.

REFERÊNCIAS

BACICH, L; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática.** 1. ed. Porto Alegre: Penso Editora, 2018.

BAHIA, F. **Um primeiro curso sobre códigos corretores de erros.** Oeste, v. 1, p. 01011, 2010.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

CABRAL, R.V**. O ensino de matemática e a informática: uso do Scratch como ferramenta para o ensino e aprendizagem da geometria.** Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação e Multidisciplinaridade), FACNORTE – Faculdade do Norte do Paraná, Sarandi, 2015.

CARVALHO, S.M. **Matrizes, determinantes e polinômios: aplicações em códigos corretores de erros, como estratégia motivacional para o ensino de matemática.** 167 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2014.

CASTRO, A.; KOSCIANSKI, A. O uso da programação Scratch para o desenvolvimento de habilidades em crianças do ensino fundamental. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 9, n. 19, p. 1-12, 2017.

CSIKSZENTMIHALYI, M. **Applications of flow in human development and education.** 1. ed. Dordrecht: Springer, 2014.

DAMASCENO, M. M.; RODRIGUES-MOURA, S. Enseñanza de operaciones matemáticas con Scratch: notas para el aprendizaje construccionista mediado por tecnologías digitales. **Paradigma**, v. 41, n.2, p. 147 - 171, 2020.

D'AMBRÓSIO, U. E**ducação Matemática: da teoria à prática**. 17. ed. Campinas: Spapirus Editora, 2009.

DA SILVA, J.B.; SALES, G.L. Gamificação aplicada no ensino de Física: um estudo de caso no ensino de óptica geométrica. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 5, set-out 2017.

DOS SANTOS, W.O.; DA SILVA JUNIOR, C.G. Uso de Jogos no ensino da Matemática: Uma análise entre os jogos tradicionais e os jogos digitais, baseada em pesquisa e mapeamento dos materiais encontrados na Web. In: **X SEMINÁRIO JOGOS ELETRÔNICOS, EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO**, 2014, Salvador. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/272351774_Uso_de_Jogos_no_ensino_da_Matematica_Uma_analise_entre_os_jogos_tradicionais_e_os_jogos_digitais_baseada_em_pesquisa_e_mapeamento_dos_materiais_encontrados_na_Web. Acesso em: 14 nov. 2024.

GRAVINA, M. A.; BÚRIGO, E. Z.; BASSO, M. V. D. A.; GARCIA, V. C. V. **Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação do(a) professor(a) de matemática.** Porto Alegre: Evangraf, 2012.

HEFEZ, A.; VILELA, M.L.T. **Códigos Corretores de Erros**. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2017.

KOERICH, A. **Um estudo sobre polinômios e sua abordagem no ensino**. 2000. 106 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

MARQUEZ, D. A. **Códigos Corretores de Erros Clássicos e Quânticos e uma Proposta Aplicada no Ensino Médio com a Utilização do Programa Educativo Scratch**. 2023. 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2023.

MILIES, C. P. Breve introdução à Teoria dos Códigos Corretores de Erros. In: **COLÓQUIO DE MATEMÁTICA DA REGIÃO CENTRO-OESTE**, 2009, Campo Grande. Disponível em: http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/EMIS/journals/em/docs/coloquios/NE-1.04.pdf. Acesso em 14 nov 2024.

SANTOS, C. F. R. Algumas possibilidades do aplicativo Scratch e da robótica educacional no ensino de matemática. In: **ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 2007, Cascavel. Disponível em: www.ogeogebra.com.br/sbemparana/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/view/27/3 set-2017. Acesso em 01 de setembro de 2025.

SILVA, J.T.; RESENDE, M. R.; IBRAHIM, S.A.; FERNANDES, F. As concepções de álgebra e de educação algébrica – uma análise de livros didáticos do 8º ano. **Revista Profissão Docente**, Uberaba, v. 15, n. 33, p.127-145, ago-dez 2015.

SILVEIRA, R.B.R. **Códigos corretores de erros: exemplos da matemática aplicada em situações do cotidiano**. 110 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2015.

Contribuição de autoria

1 – Débora Aparecida Francisco Albanez

Doutorado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas
https://orcid.org/0000-0002-5546-4748 • deboraalbanez@utfpr.edu.br
Contribuição: Conceituação, Metodologia, Escrita – Revisão, Edição.

2 – Débora Amanda Marquez

Mestrado em Matemática pelo programa PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0009-0000-2260-3636 • deboramarquez@prof.educacao.sp.gov.br
Contribuição: Conceituação, Metodologia, Escrita – Primeira redação, Escrita – Revisão, Edição.

Como citar este artigo

ALBANEZ, D.A.F.; MARQUEZ, D. A. Códigos Corretores de Erros para a Educação Básica: Uma Proposta de Atividade Utilizando a Plataforma SCRATCH. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 48, e89834, 2026. DOI 10.5902/2179460X89834 Disponível em: https://doi.org/10.5902/2179460X89834.