

Uma solução analítica para a equação que descreve o decaimento da turbulência na camada limite convectiva: uma aproximação isotrópica

Corrêa, Carina da Silva; Vilhena, M. T; Goulart, A. *

*Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil
e-mail: ccormat@yahoo.com.br*

1. Introdução

No presente trabalho obtém-se um modelo para a descrição do decaimento da energia cinética turbulenta em uma Camada Limite Convectiva (CLC). O objetivo deste trabalho é descrever o processo do decaimento da turbulência na CLC e calcular os coeficientes de difusão unidimensionais durante a transição dia-noite. O decaimento da turbulência é descrito com base no *Modelo de Heisenberg*.

2. O modelo

A equação dinâmica para o espectro de energia obtida das equações de Navier-Stokes (Hinze, 1975), é dada por:

$$\frac{\partial E(k, t; z)}{\partial t} = M(k, t; z) + T(k, t; z) + \frac{g}{\theta_0} H(k, t; z) - 2\nu k^2 E(k, t; z) \quad (1)$$

Neste trabalho por simplicidade, será desconsiderada a fonte de turbulência mecânica $M(k, t; z)$, o termo de dissipação de energia por efeito da viscosidade molecular $[-2\nu k^2 E(k, t; z)]$, e durante o período de decaimento da turbulência na CLC considera-se que o fluxo de calor da superfície é interrompido instantaneamente, desprezando-se o termo de produção ou perda de energia por efeito térmico $H(k, t; z)$.

Para o termo de transferência inercial de energia $T(k, t; z)$ foi utilizada a parametrização de Heisenberg (1975), para um fluxo turbulento isotrópico:

*O autor agradece a CAPES pelo suporte financeiro.

$$T(k, t; z) = -2C_H k^2 E(k, t; z) \int_k^\infty \sqrt{\frac{E(k', t; z)}{k'^3}} dk' \quad (2)$$

Substituindo a equação (2) na equação (1) e aplicando as simplificações mencionadas anteriormente, obtém-se uma equação integro-diferencial:

$$\frac{\partial E(k, t; z)}{\partial t} + 2C_H k^2 E(k, t; z) \int_k^\infty \sqrt{\frac{E(k', t; z)}{k'^3}} dk' = 0 \quad (3)$$

Assim resolve-se à equação (3) derivando-a em relação ao número de onda k , logo apos, fixa-se “ z ” e supõe-se que o espectro de energia $E(k, t; z)$ pode ser escrito como um produto de duas funções: $E(k, t; z) = a(k; z)b(t; z)$. Obtém-se então a equação para o espectro de energia tridimensional durante o decaimento da turbulência na CLC:

$$E(k, t; z) = \frac{E_0(k; z)}{\left(\frac{1}{2}C_H k^2 t \sqrt{E_0(k; z)} + 1\right)^2} \quad (4)$$

A expressão (4) satisfaza a condição inicial ($t = 0 \rightarrow E(k, 0; z) = E_0(k; z)$) e as condições de contorno: $k \rightarrow 0 \Rightarrow E(k, t; z = 0)$ e se $k \rightarrow \infty \Rightarrow E(k, t; z) = 0$

3. Resultados e conclusões

Para a condição inicial da equação (4) utiliza-se o espectro turbulento 3-D do modelo de Kristensen (1989):

$$E_0(k; z) = k^3 \frac{d}{dk} \frac{1}{k} \frac{dF_u(k)}{dk} + 12A_i m_i B_i^{-\frac{17}{6}} k^4 \sum_{n=0}^3 C_n \int_{W_{1i}}^\infty \frac{Z_i^{3n-12}}{(Z_i^3 - 1)^5} dZ_i - \frac{84}{9} A_i m_i B_i^{-\frac{3}{2}} k^{\frac{4}{3}} \sum_{n=0}^3 C_n \int_1^{W_{2i}} \frac{Z_i^{3n-12}}{(Z_i^3 - 1)^{n-5}} dZ_i \quad (5)$$

E para a componente inicial do espectro de energia unidimensional utiliza-se o modelo de Degrazia e Anfossi (1998).

$$F_i(k, 0) = \frac{a_i}{(1 + b_i k)^{\frac{5}{3}}} \quad i = u, v, w \quad (6)$$

Energia Cinética Turbulenta:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 = \int_0^{\infty} E(k, t; z) dk \quad (7)$$

Coefficiente de Difusão:

$$K_\alpha(t) = \frac{\beta_i}{U} \int_{-\infty}^{+\infty} F_i(k, t; z) \frac{\text{sen}\left(\frac{kx}{\beta_i}\right)}{k} dk \quad \text{onde} \quad \beta_i = \frac{0,55U}{\sigma_i} \quad (8)$$

Abaixo se encontram os gráficos da energia cinética e do coeficiente de difusão vertical:

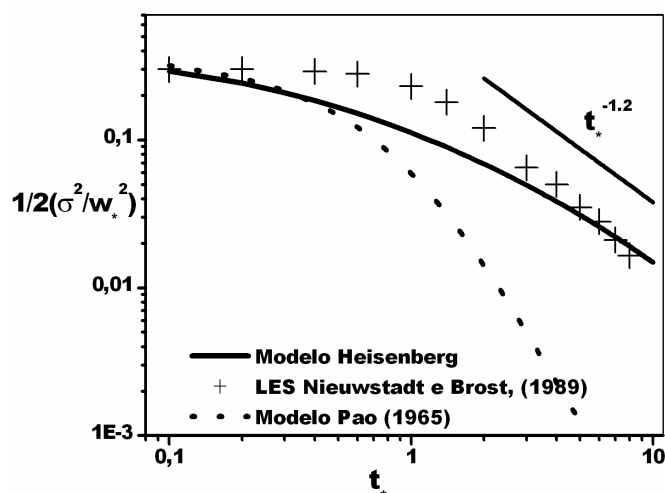


Figura 1. Decaimento da energia cinética na CLC (linha cheia), considerando o espectro de energia dado pela equação (4), obtida pelo Modelo de Heisenberg. Mostra ainda o resulta obtido por LES (1986), (cruzes), e a solução da equação (1) usando o modelo de Pao (1965) para o termo de transferência de energia $T(k,t;z)$, (pontinhos).

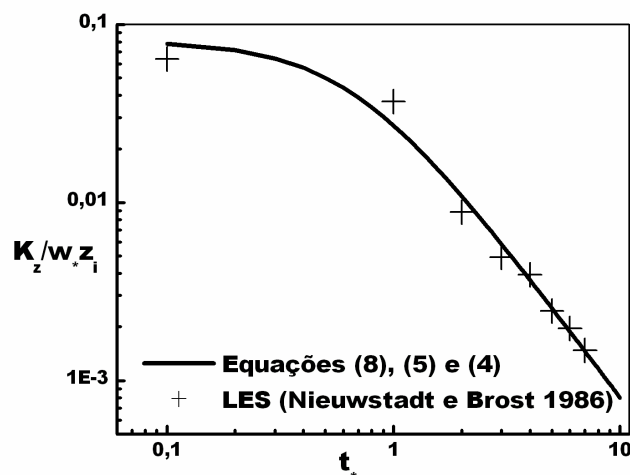


Figura 2. Representa a componente vertical do coeficiente de difusão durante o decaimento da turbulência convectiva (*linha contínua*), Comparada com os dados de LES (1986), (*cruzes*).

Finalmente, conclui-se que a parametrização de Heisenberg que descreve de forma não linear o fenômeno de transferência inercial de energia, não gerou perda de informação no processo de modelagem da turbulência durante o decaimento na CLC. Portanto, o modelo pode ser utilizado para descrever o decaimento da energia cinética turbulenta na CLC e calcular os coeficientes de difusão que são utilizados nos modelos de dispersão de contaminantes.

4. Referências

Nieuwstadt, F.T.M. and Brost, R.A. **The Decay of Convective Turbulence**. J. Atmos. Sci., 1986.

Goulart, A., Degrazia, G., Rizza, U., Anfossi, D. **A Theoretical Model for the Study of the Convective Turbulence Decay and Comparison with LES data**. Boundary-Layer Meteor., 2003