Emprego da parametrização de Heisenberg e do método de Adomian no decaimento da Camada Limite Convectiva

C. J. Kipper[1], A. G. O. Goulart[2], G. A. Degrazia[1]

[1]Departamento de Física/CCNE/UFSM/CRS/INPE/Santa Maria, RS, Brasil
[2]Departamento de Física/UNIPAMPA - Bagé, RS, Brasil
e-mail: carlakipper@gmail.com

1. Introdução

Durante o tempo de transição dia-noite o transporte de espécies, tanto escalares quanto vetoriais, próximo a superfície terrestre, pode ser mantido pelo decaimento da turbulência na CLC. Neste modelo espectral, cada termo da equação de balanço de energia descreve processos físicos que geram esta turbulência. Propomos um modelo de fechamento para os termos de fluxo de calor e de atrito, e uma parametrização para o termo de transferência de energia por efeito inercial. O termo de dissipação de energia pela viscosidade molecular usa o modelo clássico descrito na literatura (Hinze, 1975).

A equação dinâmica para o espectro de energia cinética tridimensional obtida foi resolvida pelo método da decomposição de Adomian para solução analítica de equações diferenciais ordinárias ou parciais, lineares ou não lineares. A aplicação do método de decomposição de Adomian na solução da equação integro-diferencial não linear resultante para o espectro de energia cinética, permitiu uma solução analítica sem a linearização, comumente usada por simplicidade, em problemas onde se têm processos altamente não lineares. Além disso, devido a rápida convergência da solução expressa em termos dos polinômios de Adomian, o espectro de energia cinética foi obtido sem grande esforço computacional.

2. Equação dinâmica para o espectro de energia durante o decaimento de um escoamento turbulento homogêneo mas não isotrópico

A equação para a função espectro de energia do escoamento turbulento desse processo será dada, na forma

$$\frac{\partial E(k,t)}{\partial t} = \frac{g}{\overline{\theta}_v} H(k,t) - M(k,t)\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} - W(k,t) - 2\nu E(k,t)$$

Para obtermos a solução desta equação de balanço de energia se faz necessário realizar uma parametrização nos termos de fluxo de calor e cisalhamento mecânico, e no termo de transferência de energia cinética por efeito inercial.

O Número de Richardson fluxo é enunciado como um número adimensional que expressa uma relação entre a energia potencial e a energia cinética de um fluído descrito pela equação

$$R_f = \frac{\frac{g}{\overline{\theta}_v} H(k,t)}{-M(k,t)\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}}$$

Pode-se expressar os termos convectivo e mecânico por

$$-M(k,t)\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}(R_f+1) = C_1 k^{1/2}[E(k,0)]^{3/2}(R_f+1)\cos(\beta t)$$

O termo de transferência de energia por efeito inercial é interpretado como um fluxo turbulento de energia cinética na vertical, tranferindo energia de um turbilhão para outro por efeito inercial.

$$W(k,t) = 6C_H[\int_k^\infty \frac{[E(k,t)]^{1/2}}{k^3}]k^2 E(k,t)$$

sendo $C_{H=}$ 0.47 (Muschinski e Roth, 1993; Corrsin, 1963) a constante de Heisenberg.

3. Solução através do método de Adomian

Aplica-se o método de decomposição de Adomian na função espectral.

$$\frac{\partial E(k,t)}{\partial t} = C_1(R_f+1)k^{1/2}E(k,0)\cos(\beta t) - 2\nu k^2 E(k,t)$$
$$-6C_H k^2 E(k,t)[\int_k^\infty \frac{[E(k,t)]^{1/2}}{k^3}]$$

O termo E(k',0) é um termo de fonte (Kristensen et al., 1989) e sendo os espectros unidimensionais de Degrazia (Degrazia et al., 2000). Pode-se escrever a equação acima na forma

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_n(k,t) = u_0 - L^{-1}R\sum_{n=0}^{\infty} u_n(k,t) - L^{-1}\sum_{n=0}^{\infty} A_n[u_n(k,t)]$$

onde A_n são os assim chamados polinômios de Adomian.

Sendo

$$u_0 = E(k,0) + \frac{C_1}{\beta}(R_f + 1)k^{1/2}E(k,0)sen(\beta t)$$

onde

$$u_0 = E(k,0) + L^{-1} g$$
$$u_1 = - L^{-1} (R u_0 + A_0)$$
$$u_2 = - L^{-1} (R u_1 + A_1) \quad (47)$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$u_n = - L^{-1} (Ru_{n-1} + A_{n-1}),$$

e os polinômios dados por

$$A_0 = f(u_0)$$
$$A_1 = u_1\, df(u_0)/du_0$$
$$A_2 = u_2\, df(u_0)/du_0 +. (u_1^2./2!)\, d^2 f(u_0)/du_0^2\ldots..$$

Utiliza-se um programa computacional na solução das equações para obter o espectro.

4. Resultados

Um modelo satisfatório de espectro de energia cinética turbulenta para o decaimento, deverá levar em conta os termos de produção de turbulência convectiva e mecânica , plotado,na figura 1 comparado com a simulação numérica (LES) (Nieuwstadt e Brost, 1986) e com o modelo proposto por Goulart et al., 2003, sem o termo mecânico.

Na solução da equação do espectro de energia, a aplicação do método de decomposição de Adomian se mostrou eficiente para resolver as equações não lineares que surgem em problemas que evolvem a Camada Limite Planetária.

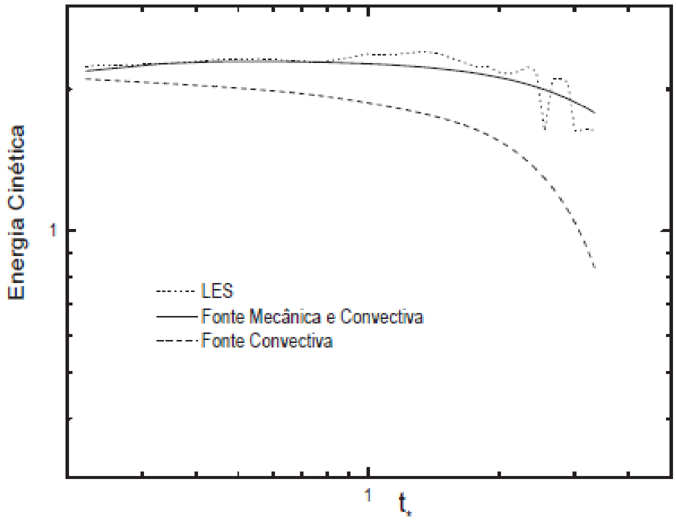

Figura1. Espectro de energia. A linha cheia representa o espectro solucionado pelo método de Adomian, a linha pontilhada a simulação numérica (LES) (Nieuwstadt e Brost, 1986) e a linha tracejada o modelo proposto por Goulart et al., 2003, sem o termo mecânico.

5. Referências

ADOMIAN G. *A review of the decomposition method in applied mathematics*, Journal of mathematical analysis and applications, Elsevier, San Diego, CA, 1988, vol. 135, no2, pp. 501-544.

DEGRAZIA, G. A.; NUNES A. B.; SATYAMURTY P.; ACEVEDO O. C.; CAMPOS VELHO H. F.; RIZZA U.; CARVALHO J. C. *Employing Heisenberg's turbulent spectral transfer theory to parameterize sub-filter scales in LES models*, Atmospheric Environment,Volume 41, Issue 33, October 2007, Pages 7059-7068.