

Aplicação do método GIADMT na dispersão de poluentes sob condição de vento fraco

Camila P. Costa¹, Cristiano P. Costa², Marco T. Vilhena³,
Tiziano Tirabassi⁴

¹UFPEL/DME, ²Braskem S.A. - Brasil, ³UFRGS/PROMEC - Brasil,
⁴CNR/ISAC - Italy
e-mail: camiladacosta@gmail.com

Resumo

Objetiva-se criar um modelo matemático que possa estimar a concentração de poluentes na atmosfera sob condições de vento fraco. Essa modelagem será realizada através da resolução analítica da equação de difusão-advecção tridimensional, sob a condição de vento fraco utilizando o método **GIADMT**. Para investigar a performance do modelo, os resultados serão confrontados com dados experimentais existentes na literatura.

1. Introdução

A maior parte dos modelos matemáticos está voltada para resolver a equação da advecção-difusão nas condições de vento forte e moderado. Até o momento, para simular condições de vento fraco, a equação de difusão-advecção era resolvida de forma bidimensional aplicando-se uma distribuição da concentração Gaussiana para se obter a terceira dimensão (Buske et al, 2007 e Moreira et al., 2005).

O presente trabalho tem como principal objetivo modelar a dispersão de poluentes na baixa atmosfera através da resolução analítica da equação de difusão-advecção tridimensional sob a condição de vento fraco (<2 m/s) utilizando o método GIADMT (Costa et al., 2006). Este é um método que combina as bem conhecidas técnicas GITT (*Generalized Integral Transform Technique*) cuja idéia básica é encontrar a solução através de uma expansão em série, e ADMM (*Advection Diffusion Multilayer Method*), na qual a solução é determinada por uma integral de linha.

2. Modelo e solução via GIADMT

A equação de difusão-advecção tridimensional estacionária, que modela a dispersão de poluentes na atmosfera pode ser escrita da seguinte forma:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (1)$$

para $0 < z < z_i$, $0 < y < L_y$ e $x > 0$, onde c indica a concentração média, u a componente do vento médio na direção x , K_x , K_y e K_z são os componentes cartesianos do coeficiente de difusão (z é a coordenada vertical).

Considera-se fluxo nulo na direção z no solo e no topo da CLP assim como na direção y em $y=0, L_y$, a fonte encontra-se na posição $x=0$, $z=H_s$ e $y=y_0$, descrita por $uc(0, y, z) = Q\delta(z - H_s)\delta(y - y_0)$ onde Q é a taxa de emissão e δ é a função delta de Dirac.

A solução do problema (1) é obtida pelo método GIADMT que faz uso de uma expansão em série, depois divide-se a CLP em N subcamadas obtendo-se um sistema de problemas que são resolvidos através da transformada de Laplace em x resultando numa equação diferencial ordinária que depende apenas de z . A concentração de poluentes é finalmente obtida aplicando a transformada inversa de Laplace, gerando uma solução integral para o problema proposto:

$$\bar{c}_n(x, y, z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\psi_j(y)}{\sqrt{N_j}} \frac{1}{2\pi i} \int_{i-\xi\infty}^{i+\xi\infty} e^{sx} \bar{c}_{nj}(s, z) ds \quad (2)$$

onde:

$$\bar{c}_{nj}(s, z) = C_{1n} e^{R_{nj}z} + C_{2n} e^{-R_{nj}z} + \frac{Q}{2R_{a_{nj}}} \left(e^{R_{nj}(z-H_s)} - e^{-R_{nj}(z-H_s)} \right) H(z - H_s) \quad (3)$$

$$R_{nj} = \sqrt{\frac{su_n + K_{y_n} \lambda_j^2 - s^2 K_{x_n}}{K_{z_n}}}; \quad R_{a_{nj}} = \frac{u_n N_j^{1/2}}{\psi_j(y_0)(u_n - s K_{x_n})} K_{z_n} \cdot R_{nj}$$

$$e \quad N_j = \int_v \psi_j^2(y) dy \quad (4)$$

$\psi_j(y) = \cos(\lambda_j y)$, com $\lambda_j = j\pi/L_y$, são as autofunções e auto-valores, respectivamente do problema auxiliar de Sturm-Liouville (da GIT^T), \bar{c}_n é a concentração na n ésima subcamada, C_{1n} e C_{2n} são as constantes de integração e H é a função de Heavisite. A parte da Eq. (6) na qual aparece a Heavisite é considerada somente na subcamada que contém a fonte.

Devido a complexidade da integral de linha presente na solução (5), optou-se resolvê-la através do algoritmo de *Talbot* (Abate and Valkó, 2004).

3. Resultados e Conclusões

A performance do modelo GIADMT para condições instáveis foi avaliada usando os dados do experimento de IIT Delhi descritos por Sharan et al., 1996 e Sharan et al., 2002. A figura 1 apresenta o gráfico de espalhamento entre as concentrações observadas e previstas pelo modelo. A tabela 1 mostra a análise estatística do modelo GIADMT tridimensional sob condição de vento fraco confrontados com os dados observados no experimento de IIT Delhi para o caso instável. Na mesma tabela, tem-se uma comparação estatística com resultados obtidos por outros modelos: pelo método ADMM em Moreira et al., 2005b, pela técnica GILTT em Buske et al., 2007c, resultados obtidos por Arya em 1995, resultados obtidos por Sharan em 1996 e em 2002. Analisando os índices estatísticos na tabela 1 é possível notar que o modelo GIADMT tridimensional sob condições de vento fraco produziu uma boa concordância entre as concentrações medidas e as concentrações geradas simulando satisfatoriamente as concentrações observadas, porque os valores de $Nmse$, Fb e Fs são relativamente próximos de zero e os índices Cor e $Fa2$ são relativamente próximos de um. Convém salientar que o método GIADMT gerou os melhores resultados sob condições de vento fraco.

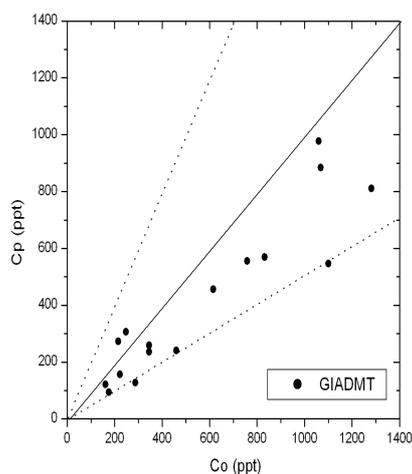


Figura 1. Gráfico de espalhamento entre as concentrações observadas e previstas pelo modelo GIADM.

Tabela 1. Índices estatísticos para os dados do modelo GIADMT tridimensional sob condição de vento fraco.

<i>Modelo</i>	<i>Nmse</i>	<i>Cor</i>	<i>Fa2</i>	<i>Fb</i>	<i>Fs</i>
GIADMT	0,22	0.925	0.875	0.325	0.306
ADMM	0.35	0.760	0.810	-0.010	-0.330
GILTT	0.29	0.770	0.810	0.050	-0.250
Arya (1995)	13.86	0.770	0.000	1.680	1.590
Sharan et al. (1996a)	7.11	0.760	0.000	1.490	1.320
Sharan et al. (2002)	0.37	0.910	0.750	0.450	0.400

4. Referências

- Abate, J. & Valkó, P.P. 2004. Multi-precision Laplace transform inversion. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **60**, 979–993.
- Arya, P., 1995. “Modeling and parameterization of near-source diffusion in weak Winds”, *Journal of Applied Meteorology*, (34).
- Buske, D., Vilhena, M.T., Moreira, D.M., and Tirabassi, T., 2007. “Simulation of pollutant dispersion for low wind conditions in stable and convective Planetary Boundary Layer”. *Atmos. Environ.* **41**, 5496-55014.
- Costa, C.P., Vilhena, M.T., Moreira, D.M., Tirabassi, T. 2006 “Semi-analytical solution of the steady three-dimensional advection-diffusion equation in the planetary boundary layer”. *Atmos. Environ.* **40**, 5659-5669.
- Moreira, D.M., Tirabassi, T., Vilhena, M.T., and Carvalho, J.C., 2005. “Plume dispersion simulation in low wind conditions in stable and convective boundary layers”. *Atmos. Environ.* **39**, 3643-3650.
- Sharan, M., Singh, M., and Yadav, A., 1996. “Mathematical Model for Atmospheric dispersion in Low Winds with Eddy Diffusivities as a Linear functions of Downwind Distance”. *Atmos. Environ.* **30(7)**, 1137-1145.
- Sharan, M., Yadav, A., and Modani, M., 2002. “Simulation of short-range diffusion experiment in low-wind convective conditions”, *Atmos. Environ.* **36**, 1901-1906.