

# Correlações no domínio tempo-frequência

<sup>1</sup>Guilherme S. Welter, <sup>1</sup>Paulo A. A. Esquef, <sup>2</sup>Luis G. N. Martins,  
<sup>2</sup>Otávio C. Acevedo, <sup>2</sup>Gervásio A. Degrazia

<sup>1</sup>Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis, RJ, Brasil;

<sup>2</sup>Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

e-mail: gswelter@lncc.br

## 1. Introdução

Análise multivariada de sinais é usada quando se deseja obter informação acerca de um mecanismo, o qual se espera ser responsável por uma relação de dependência entre as variáveis observadas. Um exemplo disto é a estimação do transporte turbulento através da técnica de *covariância dos vórtices*. Estimadores definidos no domínio tempo-frequência (TF) proveem uma metodologia apropriada para análise de sinais multiescala em condições não-estacionárias. Neste âmbito, uma técnica relativamente recente, chamada de Decomposição Empírica de Modos (DEM) e introduzida por Huang et al. (1998), foi desenvolvida para ser totalmente adaptativa e aplicável a sinais não-estacionários e tem sido aplicada com sucesso no estudo de uma grande variedade de sinais complexos. Através de um algoritmo iterativo, a DEM decompõe um sinal em um número finito  $J_{máx}$  de componentes AM-FM,  $C_j(t)$  chamadas de *funções de modos intrínsecos* (FMI), mais uma tendência natural

$r(t)$  do sinal: 
$$x(t) = \sum_{j=1}^{J_{máx}} C_j(t) + r(t).$$

Através da determinação do *sinal analítico* de cada FMI pela transformada de Hilbert é possível a obtenção da amplitude, fase e frequência instantânea de cada FMI, possibilitando uma representação de amplitude ou energia em TF.

Dada a habilidade da Transformada de Hilbert-Huang (THH) em determinar escalas naturais de sinais multicomponentes e eliminar tendências, uma metodologia que permite estimar correlações no domínio TF é introduzida.

### 1. Definindo correlações em tempo-frequência

Devido a suas propriedades, cada FMI pode ser expressa como

$$C_j(t) = A_j(t) \cos(\varphi_j(t)),$$

onde a frequência instantânea é definida como  $\omega_j(t) = d\varphi_j(t) / dt$ .

O procedimento proposto consiste em expressar o conjunto de amplitudes e fases de todas as FMIs em um semiplano comum

$$(t, \omega) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+,$$

onde  $A_j(t)$ ,  $\varphi_j(t)$  e  $\omega_j(t)$  são usadas para construir as representações  $A(t, \omega)$  e  $\varphi(t, \omega)$ .

Considerando o caso bi-variado, sendo  $X(t)$  e  $Y(t)$  dois sinais reais, introduz-se uma representação complexa em TF obtida através da THH como:

$$\tilde{X}(t, \omega) = A_X(t, \omega) \exp[i\varphi_X(t, \omega)] \text{ e}$$

$$\tilde{Y}(t, \omega) = A_Y(t, \omega) \exp[i\varphi_Y(t, \omega)] \text{ respectivamente,}$$

onde

$$\tilde{X}, \tilde{Y} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{C} \text{ e } i = \sqrt{-1}.$$

O espectro cruzado em TF é então definido como

$$\Psi_{X,Y}(t, \omega) = \tilde{X}_{X,Y}(t, \omega) \tilde{Y}_{X,Y}^*(t, \omega)$$

onde o símbolo \* representa a conjugação complexa. Desta Forma, o co-espectro e a quadratura podem ser expressos por :

$$C_{X,Y}(t, \omega) = \Re \{ \Psi_{X,Y}(t, \omega) \} \text{ e } Q_{X,Y}(t, \omega) = \Im \{ \Psi_{X,Y}(t, \omega) \}, \text{ respectivamente.}$$

### 3. Resultados e conclusões

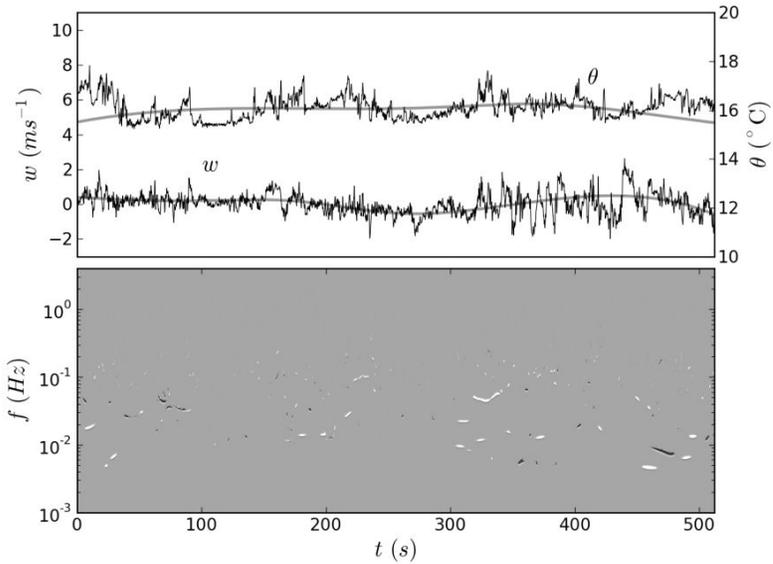
Uma aplicação do método proposto consiste na estimativa do co-espectro da velocidade vertical e temperatura, mostrado na Figura 1. Diferentemente do co-espectro de Ondaleta (não mostrado), a representação em TF não é densa em  $(t, \omega)$ , o que dificulta a apreciação visual. O co-espectro marginal de HH para este caso, Figura 2, é semelhante ao de Fourier, o que pode ser esperado uma vez que os sinais  $w'(t)$  e  $\theta'(t)$  são

razoavelmente estacionários, entretanto o co-espectro de HH oferece maior resolução nas baixas frequências, favorecendo uma identificação mais acurada das escalas importantes no transporte turbulento.

#### 4. Referências

Huang et al., *Proc. Roy. Soc. A.* **454** (1998)

Huang et al., *Ann. Rev. Fluid Mech.* **31,1** (1999)



**Figura 1.** No painel superior amostras de velocidade vertical  $W$  e temperatura  $\theta$  com respectivas tendências (linhas claras). No painel inferior, o Co-espectro de Hilbert-Huang  $C_{w,\theta}$  correspondente, onde tons claros (escuros, respectivamente) correspondem a correlações positivas (negativas).

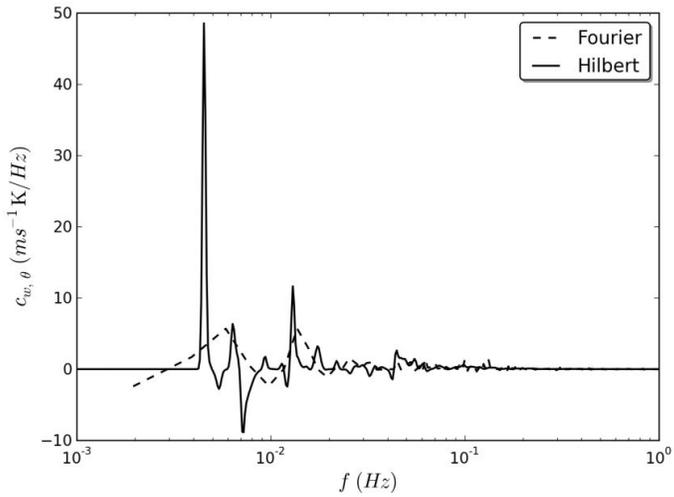


Figura 2. Co-espectro marginal de Hilbert,  $c_{w,\theta}(\omega) = T^{-1} \int C_{w,\theta}(t, \omega) dt$ , e de Fourier dos mesmos sinais da Figura 1.