

Estatística

Curvas de crescimento com erros heterocedásticos na modelagem do desempenho zootécnico de frangos alimentados com farelo de arroz

Growth curves with heteroscedastic errors in modeling the zootechnical performance of rice bran-fed chickens

Fabiane da Rocha Farias Lima¹, Edcarlos Miranda De Souza¹,
Djair da Rocha Farias Frade¹, Camila Lustosa¹, Henrique Jorge de Freitas¹

¹ Universidade Federal do Acre, Rio Branco, AC, Brasil

RESUMO

Este estudo teve como objetivo avaliar as curvas de crescimento de frangos de corte de linhagem caipira Pedrês, alimentados com farelo de arroz integral e suplementação com enzimas, no período de criação de 1 a 70 dias. Foram analisados, ao longo do tempo, o peso e o consumo médio de 300 aves, com as seguintes funções de regressão: Gompertz e Logístico, considerando quatro modelagens diferentes para a variância residual. Os resultados mostraram que ambos os modelos (Gompertz e Logístico) convergiram sob algoritmos iterativos no processo de estimação dos parâmetros. Todavia, os modelos logísticos com modelagem da variância residual apresentaram os melhores resultados, com estimativas mais precisas e com sentido prático, sem violar pressuposições básicas.

Palavras-chave: Gompertz; Logístico; Modelos não lineares; Potência; Potência do logaritmo; Exponencial

ABSTRACT

This study aimed to evaluate the growth curves of Pedrês free-range broiler chickens, fed with brown rice bran and enzyme supplementation, during the rearing period from 1 to 70 days. Over time, the body weight and average feed intake of 300 birds were analyzed using the following regression functions: Gompertz and Logistic, considering four different models for the residual variance. The results showed that both models (Gompertz and Logistic) converged under iterative algorithms in the parameter-estimation process. However, the logistic models with residual-variance modeling yielded the best results, providing more precise and practically meaningful estimates without violating basic assumptions.

Keywords: Gompertz; Logistics; Nonlinear models; Power; Power of the logarithm; Exponential

1 INTRODUÇÃO

Devido à consolidação da avicultura como uma das atividades mais importantes e eficientes da agropecuária brasileira, o Brasil se destaca como o maior exportador de carne de frango do mundo. A conscientização sobre os impactos ambientais e de bem-estar animal da produção convencional de frangos de corte tem levado muitos consumidores a optarem por produtos provenientes de sistemas mais sustentáveis, como é o caso da avicultura caipira.

De acordo com Valentim *et al.* (2018), a avicultura alternativa, em particular a criação de frangos de carne tipo caipira, tem emergido como um setor promissor dentro da indústria avícola. Nos últimos anos, o crescimento exponencial da avicultura de corte tem sido impulsionado por avanços significativos em melhoramento genético, nutrição e sanidade animal, resultando em animais altamente produtivos com custos de produção mais baixos.

Diante dos altos preços decorrentes da crescente valorização do milho, o farelo de arroz tem sido apontado como uma alternativa para complementar ou substituir o milho na alimentação das aves, devido à sua rica composição nutricional, contendo altos teores de lipídeos, proteínas e fósforo. No entanto, essa fonte alternativa tem aplicação restrita, devido aos elevados níveis de ácido fítico e fibras, que comprometem a digestibilidade dos nutrientes da dieta. Para minimizar os efeitos antinutricionais desses fatores, as pesquisas têm apontado para a adição de enzimas exógenas.

De acordo com Slominski (2011), as enzimas são aditivos alimentares comumente utilizados nas rações avícolas e que são incorporadas às dietas objetivando melhorar o desempenho zootécnico, atuando como catalizadores biológicos no metabolismo dos animais.

Para prever o ganho de peso ao longo da vida do animal e analisar *insights* biológicos sobre o ciclo de desempenho das aves, pode-se recorrer à modelagem do crescimento

animal, por meio de ajuste de funções não lineares, que tem sido explorada por diversos pesquisadores (Morais *et al.*, 2015; Ferreira *et al.*, 2022; Negreiros *et al.*, 2020).

Lustosa (2018) avaliou os efeitos de inclusão de farelo de arroz integral e suplementação com enzimas sobre o desempenho zootécnico e rendimento de carcaça e de partes nobres, além de realizar análise econômica da utilização desse alimento alternativo para frango de corte de linhagem caipira, mas não usou curvas de crescimento para avaliar o desenvolvimento das aves ao longo do tempo.

Já Ferreira *et al.* (2022), avaliaram duas curvas de crescimento por meio dos modelos não lineares (Gompertz e Logístico), com diferentes estruturas de variância para modelar o erro na descrição do desempenho zootécnico de frangos (linhagem pedrês caipira) alimentados com sorgo (em 40% de substituição ao milho) sob condições climáticas da Amazônia Ocidental, com a finalidade de identificar qual modelo melhor se ajustaria aos dados.

Os modelos não lineares são empregados para prever e incorporar interpretações biológicas aos parâmetros do modelo durante o crescimento animal, visando antecipar o ganho de peso. No entanto, busca-se identificar o modelo mais adequado, mais simples e que satisfaça tais pressupostos.

Assim, este estudo buscou avaliar as curvas de crescimento mais adequadas, utilizando os modelos não lineares (Gompertz e Logístico), incorporando diferentes estruturas de variância para capturar o erro na descrição do desempenho zootécnico de frangos (linhagem pedrês caipira) alimentados com farelo de arroz integral e suplementação enzimática durante o período de criação de 1 a 70 dias, com o objetivo de determinar qual modelo oferece o melhor ajuste aos dados coletados.

A seguir, serão apresentados os materiais e métodos utilizados neste trabalho, com a descrição do local do experimento, o tipo de unidade experimental, o delineamento utilizado e os modelos não lineares objetos deste estudo, bem como os métodos de seleção que foram realizados na pesquisa. Posteriormente

uma análise dos resultados visando indicar qual (ou quais) modelos apresentariam razoabilidade com a modelagem proposta.

2 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados analisados são provenientes de um experimento realizado por Lustosa (2018) nas instalações experimentais do Setor de Avicultura da Universidade Federal do Acre – UFAC, Rio Branco, Acre, no período de 21 de junho a 31 de agosto de 2017, em que foram utilizadas 300 aves de corte a partir de um dia de idade, machos e fêmeas, da linhagem “Pedrês”, adquiridos em incubatório certificado e idôneo, já vacinados contra Marek, Gumboro e Bouda Aviária. Aos 14 dias foi aplicada a vacina contra Newcastle. Os frangos foram alojados, em um galpão experimental medindo 16,0m de comprimento por 5,0m de largura e dividido em 32 (trinta e dois) boxes medindo 2,0m x 1,0m cada.

Este está disposto no sentido Leste-Oeste, com pé direito de 2,8m e coberto com telhas de fibrocimento. Possui lanternim, calçada externa, dois ventiladores, beiral medindo 1,0m, muretas laterais de 30,0cm de altura e cercado com tela de arame, bem como as divisórias internas.

As aves foram distribuídas em um delineamento inteiramente casualizado (DIC) em esquema fatorial (3x2), com 3 níveis de inclusão do farelo de arroz integral (FAI), com e sem complexo enzimático, com 6 (seis) tratamentos e 5 (cinco) repetições, houve a inclusão de 0; 10 e 20% de farelo de arroz integral, com e sem suplementação do complexo enzimático denominado Tecnase a base de Xilanase, B-Glucanase, Galactosidade, Protease, Amilase e B-Mananase, cada nível com e sem adição de 200g/ton do complexo enzimático e 50 g/ton de fitase. Ao todo foram usadas 30 unidades experimentais, constituídas por 10 aves cada (lote misto), na proporção de 3 machos e 7 fêmeas. Cada box foi equipado com um comedouro tubular e um bebedouro semiautomático.

Durante todo o período de criação (70 dias) foi realizado o manejo, com observação diária e realização de limpeza e fornecimento de água e ração, em dois períodos do dia, nos horários de 8 e 16 horas, com a finalidade de manter bebedouros e comedouros higienizados e abastecidos e verificar se havia mortalidade nos lotes. Nos primeiros catorzes dias as aves foram alimentadas com ração pronta sem a inclusão do farelo de arroz e sem a suplementação do complexo enzimático. A partir do décimo quinto dia foi colocada nos comedouros a ração com os tratamentos e as aves mortas foram contabilizadas.

O experimento foi aprovado pelo Comitê de Ética de Uso de Animais em pesquisas – CEUA da UFAC, sob o processo nº 23107.007895/2017-77 e protocolo nº 16/2017.

Lustosa (2018) concluiu que não houve interação significativa entre os fatores: adição de enzimas e os níveis de farelo de arroz integral. Todavia, não analisou em detalhes as curvas de crescimento destes animais. Desta forma, neste trabalho foram utilizados apenas os dados referentes à inclusão de farelos de arroz à 20% com adição de enzimas, em substituição ao milho, e as curvas de crescimento foram modeladas para as variáveis peso vivo médio e consumo médio acumulado de ração ao longo do experimento.

2.1 Curvas de crescimento e análise estatística

Bates e Watts (1988) afirmam que o modelo de regressão não linear mais comum é aquele que supõe que os erros têm distribuição Normal e que as variâncias residuais são homogêneas. Entretanto, em curvas de crescimento animal é comum que a pressuposição da homoscedasticidade de variância seja violada.

Desta forma, similarmente ao trabalho realizado por Ferreira *et al.* (2022) e com as sugestões de Carroll e Ruppert (1988), optou-se por utilizar neste trabalho dois modelos não lineares (Gompertz e Logístico) e quatro estruturas para as variâncias, conforme Tabela 1.

Tabela 1 – Modelo de regressão não lineares para curvas de crescimento

Função de regressão + erro		Estrutura para variância ($Var(\varepsilon_{ij})$)	Modelo
Gompertz	$y_{ij} = ae^{-be^{-kt_i}} + \varepsilon_{ij}$	σ^2	G0 (Constante)
		$\sigma^2 t_i ^{2\delta}$	G1 (Potência)
		$\sigma^2 \ln(t_i) ^{2\delta}$	G2 (Potência do logaritmo)
		$\sigma^2 e^{2\delta t_i}$	G3 (Exponencial)
Logístico	$y_{ij} = a(1 + be^{-kt_i})^{-1} + \varepsilon_{ij}$	σ^2	L0 (Constante)
		$\sigma^2 t_i ^{2\delta}$	L1 (Potência)
		$\sigma^2 \ln(t_i) ^{2\delta}$	L2 (Potência do logaritmo)
		$\sigma^2 e^{2\delta t_i}$	L3 (Exponencial)

Fonte: Autores/as (2024)

As funções dos modelos apresentados na Tabela 1 descrevem as mudanças na variável resposta Y (peso ou consumo) em relação à idade t . Em que:

- " Y_{ij} " representa o peso ou consumo observado, em kg, para o i -ésimo dia e para a j -ésima repetição;
- " a " representa o peso (ou consumo) assintótico ou peso (ou consumo) final da ave;
- " b " representa a constante de integração, sem interpretação biológica direta;
- " t_i " representa o tempo (idade da ave para o i -ésimo dia)
- " k " representa o parâmetro da velocidade ou taxa de variação da função exponencial;
- " ε_{ij} " são os erros aleatórios, supostamente normais e independentes, para cada valor Y_{ij} observado.
- " σ^2 " e " δ " são parâmetros relacionados a variância residual entre os ε_{ij} 's.

Os modelos de regressão não-linear apresentados na Tabela 1 foram ajustados por meio do Software R (Development Core Team, versão 4.2.1), pois apresenta domínio público, é de livre acesso e pode ser utilizado para analisar dados em geral. Os ajustes foram realizados seguindo o método dos Mínimos Quadrados

Generalizados e a função *gnls* (*generalized nonlinear least squares*) do pacote *nlme* (*linear and nonlinear mixed effects models*). A função *gnls* permite ajustar modelos não lineares como aqueles ajustados pela função *nls* (*nonlinear least squares*), mas com estrutura de variância e correlação entre as observações.

Inicialmente, analisou-se as pressuposições básicas da modelagem relacionadas aos resíduos, observando ainda se as estimativas encontradas tinham sentido prático. Em seguida, foram realizados os procedimentos de seleção de modelos por alguns critérios específicos.

2.2 Seleção dos modelos

Foram utilizados três avaliadores da qualidade de ajuste: Análise dos resíduos, *Akaike Information Criterion* (AIC) e *Bayesian Information Criterion* (BIC). Na análise residual verificou-se a normalidade por meio do teste de Shapiro-Wilk e a variância dos resíduos foi analisada graficamente, plotando-se os resíduos padronizados ao longo dos dias. Tanto para o AIC quanto para o BIC, o melhor modelo é aquele que apresenta o menor valor destas medidas.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção será dividida em duas análises: a primeira se refere ao ajuste e seleção das curvas de crescimento para a variável “peso acumulado das aves (em kg)”, e a segunda para a variável resposta “consumo acumulado das aves (em kg)”, considerando a nutrição, ambiência e genética dos animais utilizados no experimento.

3.1 Variável resposta: peso acumulado das aves

Ambos os modelos (Gompertz e Logístico) apresentaram convergência para os métodos iterativos no processo de estimação dos parâmetros. Em contraste com o que fora apresentado em Ferreira *et al.* (2022), todos os modelos apresentaram, para este conjunto de dados, estimativas com sentido prático.

Tabela 2 – Estimativas dos parâmetros dos pesos da função de regressão e da função de variância com respectivos intervalos de confiança (ICs) a 95%

Modelo	Função de regressão			Função de variância	
	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{k}$	$\hat{\delta}$	$\hat{\sigma}$
Gompertz	G0	4,19 [2,98;5,39]	4,94 [4,43;5,46]	0,0279 [0,0212;0,0346]	- 0,0688
	G1	2,79 [1,70;3,89]	4,71 [4,41;5,02]	0,0328 [0,0238;0,0420]	1,6731 0,0002
	G2	1,65 [1,25;2,04]	12,98 [0,29;25,67]	0,1099 [0,0565;0,1634]	3,5800 0,0039
	G3	3,68 [2,88;4,47]	5,08 [4,78;5,37]	0,0309 [0,0259;0,0358]	0,0281 0,0171
Logístico	L0	2,71 [2,36; 3,06]	36,08 [26,27; 45,89]	0,0680 [0,0582; 0,0778]	- 0,0749
	L1	2,57 [2,27;2,87]	40,21 [31,34;49,08]	0,0726 [0,0642;0,0811]	0,5343 0,0102
	L2	2,63 [2,31;2,94]	38,76 [30,10;47,41]	0,0709 [0,0624;0,0794]	1,5125 0,0104
	L3	2,56 [2,25;2,87]	39,32 [30,67;47,97]	0,0724 [0,0638;0,0810]	0,0155 0,0362

Fonte: Autores/as (2024)

Quando se observa as estimativas do parâmetro relativo ao peso assintótico (Tabela 2), nota-se que para o modelo Gompertz há uma variabilidade maior destas estimativas quando se muda a modelagem da variância (o menor peso assintótico seria de 1,25 kg e o maior 5,39 kg, com base nos intervalos de confiança). De fato, o peso assintótico de 1,25 kg não é condizente com os dados e o valor de 5,39 kg parece superestimar o real valor para este parâmetro (considerando que é um lote misto, com machos e fêmeas).

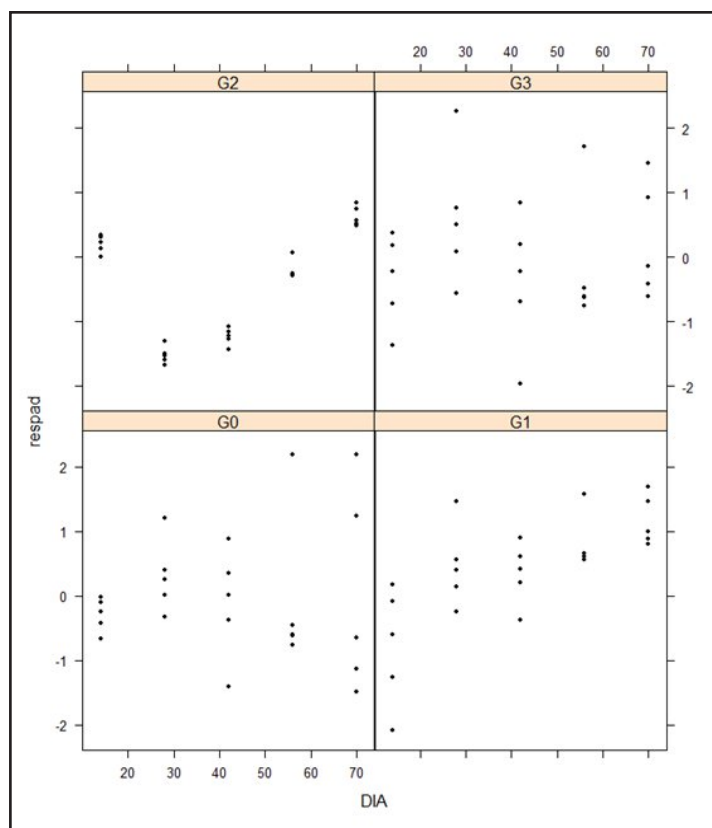
Observa-se que não há muita variabilidade das estimativas do peso assintótico para o modelo Logístico (Tabela 2), mesmo com as diferentes estruturas de variâncias. Além disso, estes valores parecem ter sentido prático.

Na análise dos Intervalos de Confiança para os parâmetros nota-se que, para o modelo Gompertz, estes apresentaram amplitudes bem maiores do que para o Logístico (nas quatro estruturas de variâncias). Isto indica que as estimativas pelo Logístico são mais precisas do que aquelas obtidas pelo Gompertz. Destaca-se também que nenhum Intervalo de Confiança contém a constante zero, indicando que para cada uma das modelagens propostas os parâmetros apresentam resultados significativos.

Em geral o parâmetro k para a velocidade ou taxa de variação por unidade de tempo foi bem similar dentre todos os modelos do tipo Logístico e com algumas variações para o modelo Gompertz.

Para verificar possíveis violações das pressuposições com relação à independência e homocedasticidade das variâncias, foram realizadas análises gráficas dos resíduos padronizados para todos os modelos (Figuras 1 e 2).

Figura 1 – Resíduos padronizados do modelo Gompertz em função dos valores ajustados para os modelos com diferentes funções para a variância para o peso

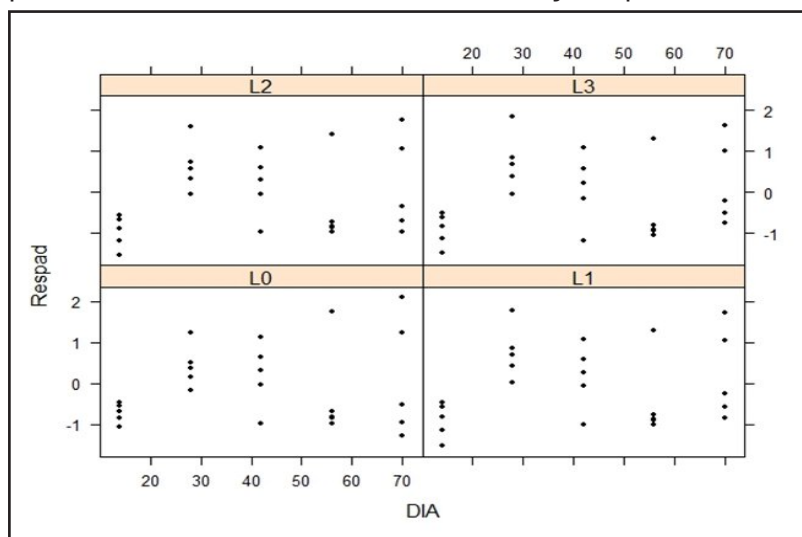


Fonte: Autores/as (2024)

Pode-se observar que o modelo G2 apresentou problemas com relação à independência dos resíduos (há uma tendência no gráfico dos resíduos). Já o modelo G0 (de variância constante) aparenta ter a pressuposição de homogeneidade de variâncias violada, considerando que com o passar do tempo a variabilidade tende a aumentar (Figura 1). De fato, este resultado para G0 era esperado, considerando que em curvas de crescimento animal há uma tendência natural de heterocedasticidade de variâncias ao longo do tempo.

Os três modelos do tipo logístico (L1, L2 e L3) não indicam possíveis violações de independência e homogeneidade de variâncias. Já para o L0, como era esperado, nota-se que as variâncias aumentam ao longo do tempo (Figura 2).

Figura 2 – Resíduos padronizados do modelo logístico em função dos valores ajustados para os modelos com diferentes funções para a variância para o peso



Fonte: Autores/as (2024)

Tabela 3 – Teste de Shapiro-Wilk para verificar a normalidade dos resíduos para o peso

Modelo	Estatística W	p-valor
G0	0,9236	0,0620
G1	0,9245	0,0652
G2	0,8941	0,0136
G3	0,9623	0,4624
L0	0,9078	0,0272
L1	0,9337	0,1057
L2	0,9261	0,0708
L3	0,9401	0,1487

Fonte: Autores/as (2024)

Observa-se que não houve diferença significativa ($P>0,05$) para os modelos Logísticos (L1, L2 e L3) em relação à normalidade (Tabela 3). Deste modo, o teste de Shapiro-Wilk não apresentou evidências para a rejeição da normalidade dos resíduos para estes modelos. Todavia, para o modelo L0 obteve-se um valor P igual a 0,0272 indicando que para o modelo com variância constante há uma violação da normalidade dos resíduos. Pode ser que para L0, as variâncias heterocedásticas ao longo do tempo interfiram no teste de normalidade.

Quando comparados com os modelos de Gompertz, pode-se notar que o teste de Shapiro-Wilk indicou violação da normalidade dos resíduos apenas para o modelo G2 ($P<0,05$).

Na observação dos critérios de seleção de modelos AIC e BIC, nota-se que dentre todos os modelos do tipo Gompertz, aquele que apresentou o menor valor para ambas as medidas foi o G3, seguido do G0. O valor G2 apresentou o pior desempenho segundo ambos os critérios. Tanto o AIC quanto o BIC selecionaram os mesmos modelos, não ocorrendo divergência pelos métodos (Tabela 4).

Nota-se também, que dentre os modelos do tipo Logístico, os valores destas medidas ficaram praticamente os mesmos para os quatro modelos em estudo, com L3 sendo aquele que ligeiramente apresentou resultados menores do que os demais. Sendo este, por este critério, o melhor modelo dentre todos os logísticos.

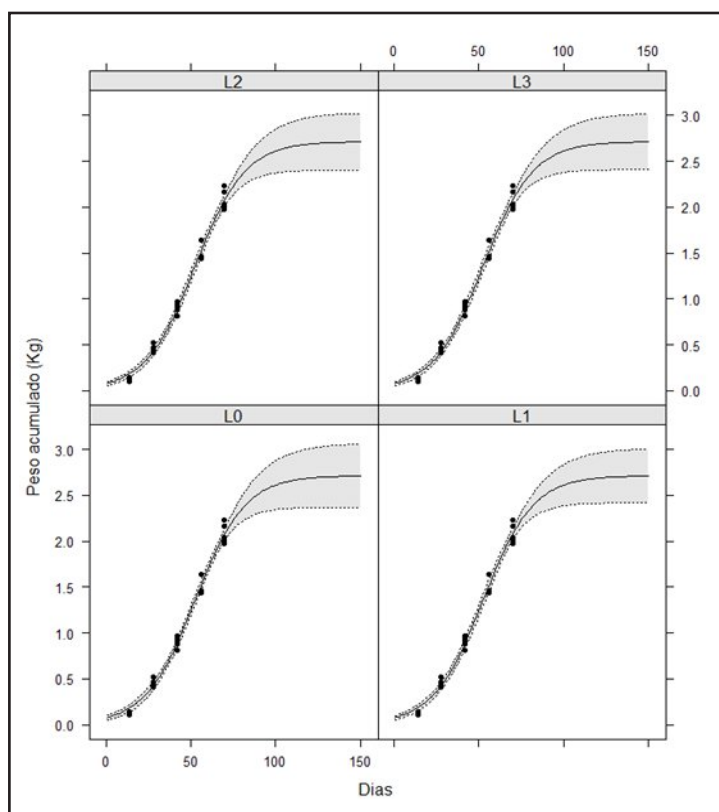
Tabela 4 – Critérios de Informação de Akaike – AIC e Bayesiano - BIC para os modelos Gompertz e Logístico

Modelo	AIC	BIC
G0	-58,04	-53,16
G1	-38,99	-32,89
G2	28,03	34,12
G3	-66,58	-60,49
L0	-53,78	-48,90
L1	-55,21	-49,12
L2	-54,71	-48,62
L3	-55,55	-49,46

Fonte: Autores/as (2024)

A Figura 3 mostra as quatro curvas para as diferentes modelagens utilizadas para a função de regressão logística com as respectivas bandas de confiança para a resposta esperada (o peso acumulado das aves). Nela observa-se banda de confiança ligeiramente maior para o modelo L0 (de variância constante), indicando que previsões realizadas com este modelo podem ser mais imprecisas. Este gráfico para os submodelos de Gompertz serão omitidos.

Figura 3 – Curvas ajustadas para o modelo Logístico considerando as quatro modelagens para a variância residual com respectivas Bandas de Confiança para o peso acumulado das aves



Fonte: Autores/as (2024)

De modo geral, observou-se que os modelos G3 e L3, com modelagem para a estrutura da variância residual do tipo exponencial, apresentaram os melhores desempenhos na modelagem dentro de cada estrutura. Todavia, os modelos L1, L2 e L3 apresentaram resultados com bastante similaridade e com maior precisão das estimativas (intervalos de confiança mais estreitos).

3.2 Variável resposta: consumo acumulado das aves

A partir das análises feitas para o peso dos frangos de linhagem caipira e da decisão sobre qual modelo seria mais adequado, também foram realizadas inferências sobre os parâmetros do modelo para avaliar o consumo de ração para ambos os modelos (Gompertz e Logístico). Estas análises foram realizadas considerando o consumo médio de ração acumulado (em kg) ao longo do tempo (Tabela 5).

Tabela 5 – Estimativas dos parâmetros da função de regressão e da função de variância com respectivos intervalos de confiança (ICs) a 95% para a variável Consumo Acumulado de Ração

Modelo		Função de regressão			Função de variância	
		$\hat{\alpha}$	$\hat{b}$	$\hat{k}$	$\hat{\delta}$	$\hat{\sigma}$
Gompertz	G0	15,14 [8,52;21,76]	5,36 [4,89;5,83]	0,0242 [0,0172;0,0312]	-	0,1901
	G1	14,47 [9,64;19,28]	5,39 [5,14;5,64]	0,0249 [0,0202;0,0298]	0,8959	0,0061
	G2	14,01 [9,59;18,42]	5,42 [5,17;5,68]	0,0255 [0,0208;0,0303]	3,077	0,0031
	G3	13,55 [9,09;18,00]	5,41 [5,13;5,69]	0,0259 [0,0209;0,0311]	0,0265	0,0502
Logístico	L0	8,06 [6,71;9,41]	47,17 [34,40;59,95]	0,0672 [0,0571;0,0774]	-	0,2022
	L1	7,38 [6,38;8,37]	53,49 [42,19;64,79]	0,0734 [0,0652;0,0816]	0,6992	0,0147
	L2	7,58 [6,52;8,64]	52,34 [41,24;63,44]	0,0717 [0,0635;0,0799]	2,1058	0,0127
	L3	7,43 [6,35;8,51]	51,56 [40,71;62,41]	0,0723 [0,0639;0,0807]	0,0194	0,0799

Fonte: Autores/as (2024)

Para o modelo Gompertz, as estimativas pontuais do parâmetro α , que representa o consumo assintótico de ração, variam de 13,55 kg (modelo G3) a 15,14kg (modelo G0). Apesar das variações nos valores de $\hat{\alpha}$, a sobreposição dos intervalos

de confiança para cada estimativa sugere que os diferentes submodelos produzem resultados relativamente próximos. Todavia, as estimativas do peso assintótico por este modelo (com todas as modelagens de variâncias) não fazem sentido prático, pois superestimam este parâmetro.

Nos modelos Logísticos, os valores de $\hat{a}$ variam de 7,38 kg (modelo L1) a 8,06 kg (modelo L0), mostrando uma variação menor em comparação aos valores encontrados nos modelos Gompertz. Estes valores fazem sentido prático, o que sugere que nos modelos logísticos, as estimativas para o peso assintótico são mais razoáveis do que aquelas com o Gompertz.

No modelo Logístico, o valor de $\hat{\sigma}$ no submodelo L0 é de 0,2022, semelhante ao valor encontrado no modelo G0, sugerindo uma variabilidade comparável. No entanto, não há razoabilidade em se considerar as variâncias constantes ao longo do tempo. O gráfico dos resíduos (Figuras 4 e 5) confirmam esta análise.

Observa-se que o parâmetro $\hat{k}$, que indica a taxa de variação por unidade de tempo, mantém-se relativamente estável tanto nos modelos Gompertz (0,0242 a 0,0259) quanto nos Logísticos (0,0672 a 0,0734) (Tabela 5). Essa estabilidade sugere que a variação temporal do consumo de ração é consistente dentro de cada tipo de modelo, independentemente da modelagem da variância.

Entretanto, é importante notar que o valor de $\hat{k}$ nos modelos Logísticos é significativamente maior, indicando uma taxa de variação mais rápida em comparação aos modelos Gompertz.

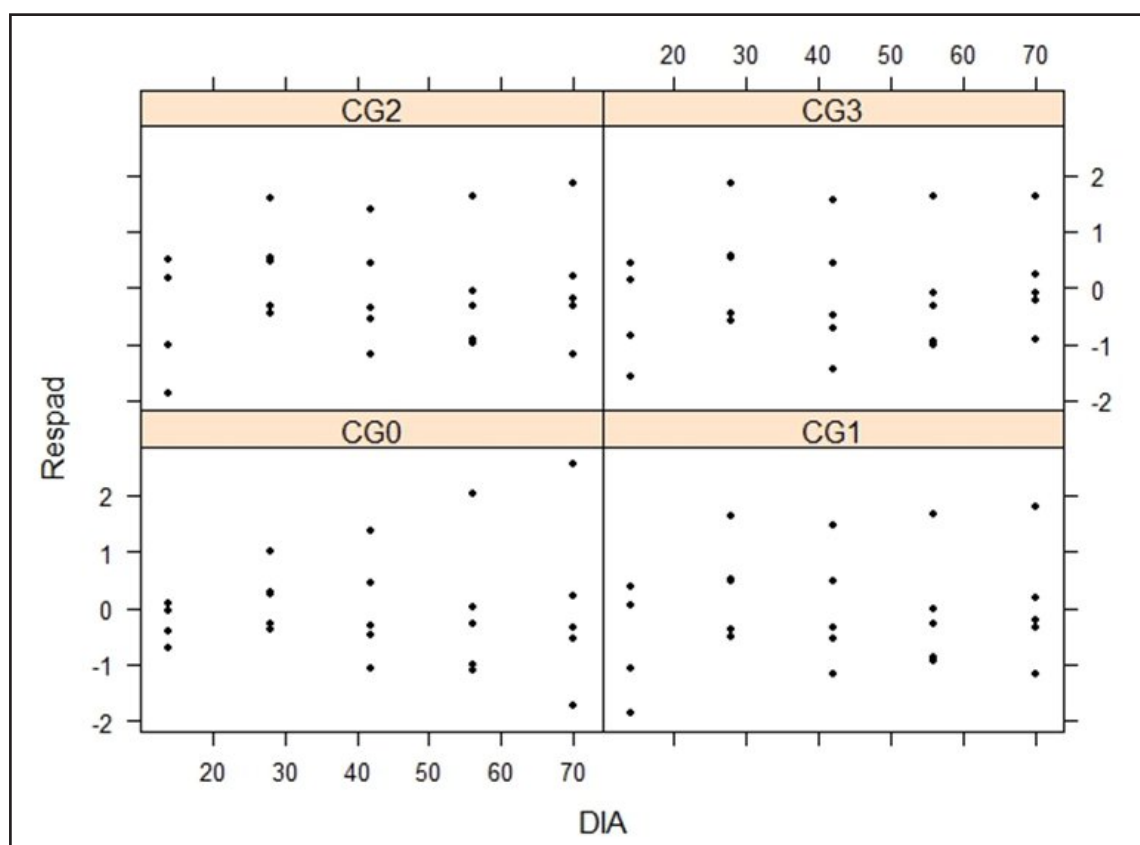
Na análise dos Intervalos de Confiança para os parâmetros (Tabela 5), observa-se que os modelos Gompertz apresentam amplitudes de intervalos de confiança maiores do que os modelos Logísticos. Isso sugere que as estimativas pelo modelo Logístico são mais precisas. Todos os intervalos de confiança são positivos, indicando que os parâmetros são significativamente diferentes de zero.

Um ponto a destacar é o intervalo de confiança do parâmetro α no modelo Gompertz G0 ([8,52; 21,76]) é o mais amplo em comparação com os outros

submodelos. Esse intervalo maior reflete uma maior incerteza na estimativa do consumo assintótico de ração, o que sugere uma variabilidade maior nos resultados para este submodelo em relação aos demais.

Para verificar possíveis violações das pressuposições de independência e homocedasticidade das variâncias, foram realizadas análises gráficas dos resíduos padronizados para todos os modelos (Figuras 4 e 5).

Figura 4 – Resíduos padronizados do modelo Gompertz para o consumo em função dos valores ajustados para os modelos com diferentes funções para a variância



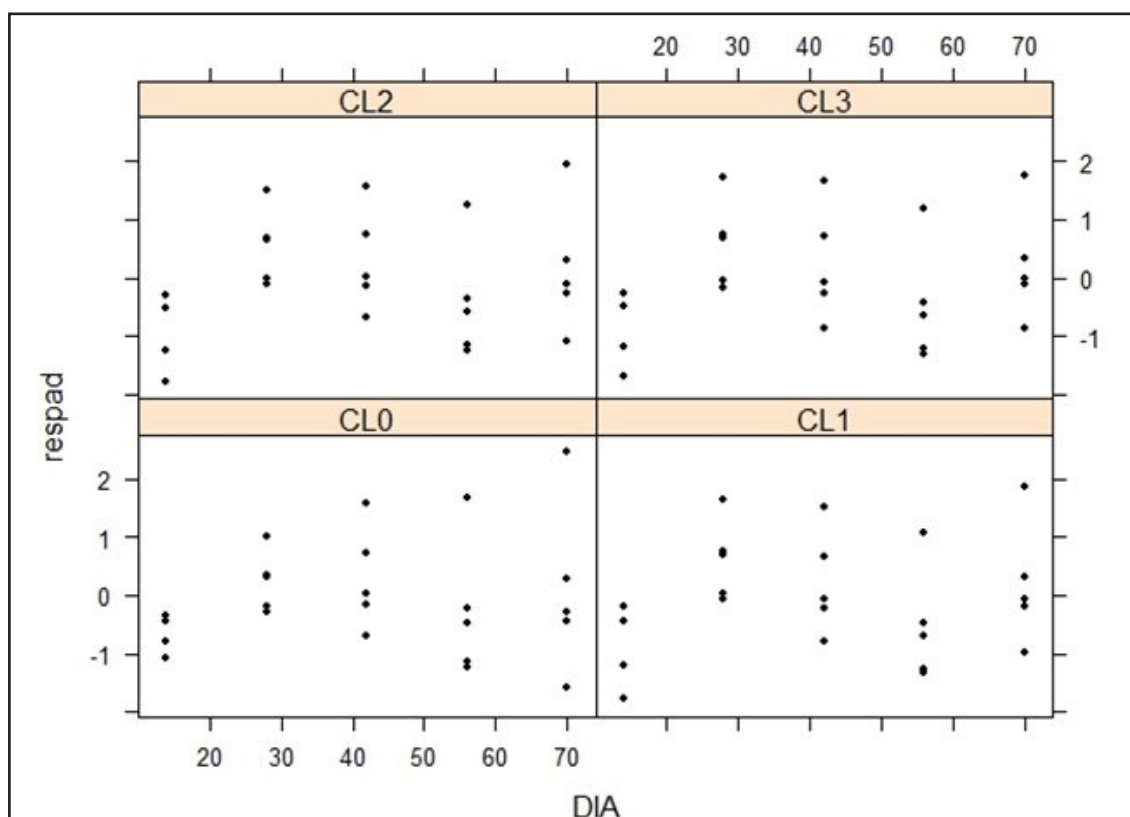
Fonte: Autores/as (2024)

Analisando o gráfico de resíduos padronizados (Figura 4), observa-se que para todos os modelos (G0, G1, G2 e G3) há uma distribuição aleatória ao longo do tempo, sugerindo que a suposição de independência dos erros foi atendida. No entanto, o modelo G0, que assume variância constante, parece violar a suposição

de homocedasticidade, pois a variabilidade dos resíduos não se mantém constante, apresentando uma dispersão maior em determinados dias.

Similarmente, todos os submodelos logísticos (CL0, CL1, CL2 e CL3) não violam a pressuposição da independência dos resíduos (Figura 5), e também não há indícios de outliers significativos. Todavia, o modelo L0, que assume variância constante, parece violar a suposição de homocedasticidade, pois a variabilidade dos resíduos não se mantém constante ao longo do tempo.

Figura 5 – Resíduos padronizados do modelo Logístico para o consumo em função dos valores ajustados para os modelos com diferentes funções para a variância



Fonte: Autores/as (2024)

De certa forma, a violação da homocedasticidade das variâncias para os submodelos G0 e L0 já eram esperadas, o que inclusive motivou este trabalho.

Na sequência, os resíduos padronizados foram submetidos ao teste de Shapiro-Wilk para avaliação da normalidade (Tabela 6).

Tabela 6 – Teste de Shapiro-Wilk para verificar a normalidade dos resíduos do consumo

Modelo	Estatística W	p-valor
G0	0,92	0,0521
G1	0,95	0,3185
G2	0,96	0,4460
G3	0,95	0,2297
L0	0,93	0,0745
L1	0,97	0,5917
L2	0,96	0,4971
L3	0,95	0,2565

Fonte: Autores/as (2024)

Os resultados do teste de Shapiro-Wilk (Tabela 6), foram utilizados para verificar a normalidade dos resíduos para a variável consumo de ração em diferentes modelos. O teste mostrou que todos os modelos apresentaram um valor P superior a 0,05, o que indica que não houve evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula de normalidade dos resíduos.

Especificamente, o modelo G0 apresentou uma estatística W de 0,92 com um p-valor de 0,0521, sugerindo uma tendência marginal para a normalidade. Os modelos G1, G2 e G3 apresentaram valor P substancialmente maiores (0,3185, 0,4460 e 0,2297, respectivamente), indicando uma forte aderência à normalidade dos resíduos.

Os critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC) foram calculados para avaliar o ajuste dos modelos Gompertz e Logístico, conforme apresentados na Tabela 7. Para os modelos Gompertz, os modelos G2 e G3 apresentaram os menores valores de AIC (-15,93) e BIC (-9,83), sugerindo que oferecem o melhor ajuste entre os modelos dessa categoria. O modelo G0, com valores de AIC (-7,27) e BIC (-2,39), foi o que apresentou o pior desempenho segundo estes critérios.

Nota-se também, que no caso dos modelos Logísticos (Tabela 7), o modelo L3 apresenta o melhor ajuste, com os menores valores de AIC (-7,71) e BIC (-1,61), seguido pelos modelos L1 e L2, que também oferecem bons ajustes. O modelo L0, por sua vez, mostrou o ajuste menos eficiente, com os maiores valores de AIC (-4,16) e BIC (0,71).

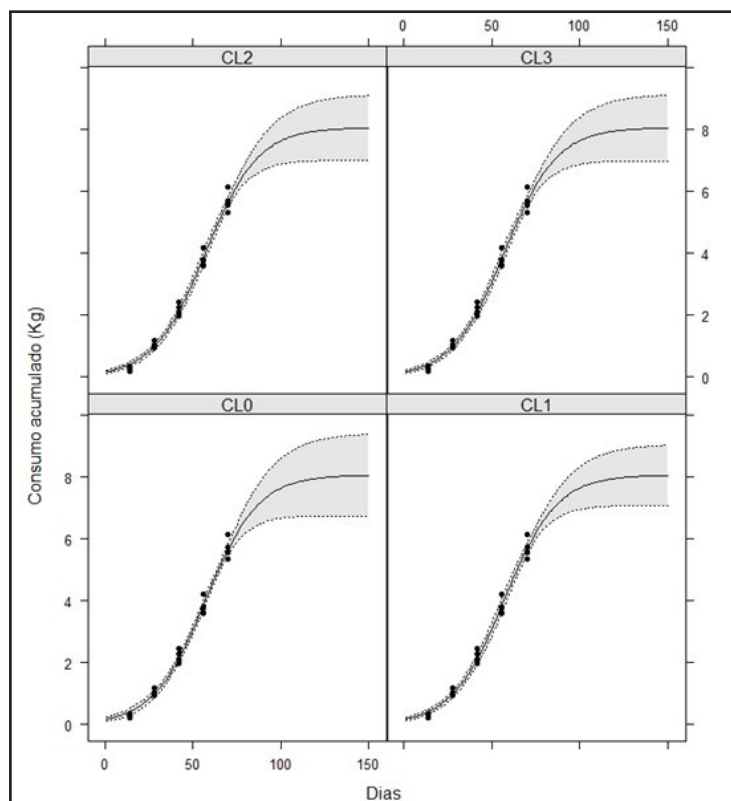
Tabela 7 – Resultados do consumo dos modelos Logístico e Gompertz

Modelo	AIC	BIC
G0	-7,27	-2,39
G1	-15,86	-9,77
G2	-15,93	-9,83
G3	-15,93	-9,83
L0	-4,16	0,71
L1	-7,47	-1,37
L2	-7,12	-1,03
L3	-7,71	-1,61

Fonte: Autores/as (2024)

Considerando que os modelos do tipo Gompertz (G0, G1, G2 e G3) apresentaram problemas com relação ao peso assintótico (as estimativas não têm sentido prático), passaremos a apresentar o gráfico das curvas estimadas com as respectivas bandas de confiança para os quatro modelos do tipo Logístico.

Figura 6 – Curvas ajustadas para o modelo Logístico considerando as quatro modelagens para a variância residual com respectivas Bandas de Confiança para o consumo acumulado das aves



Fonte: Autores/as (2024)

A Figura 6 mostra as quatro curvas para as diferentes modelagens utilizadas para a função de regressão logística com as respectivas bandas de confiança para a resposta esperada (o consumo acumulado das aves). Nela, pode-se constatar a partir de um certo momento, bandas de confiança mais largas para o modelo L0 (que pressupõe variâncias constantes).

Com base em todo este contexto, pode-se inferir que os modelos L1, L2 e L3 apresentaram os melhores desempenhos, tanto para a variável ganho de peso quanto para o consumo de ração ao longo do tempo. As análises confirmam o que alguns autores já afirmavam, que ao longo do tempo, as curvas de crescimento animal para peso e consumo apresentam heterocedasticidade das variâncias, sendo razoável contemplar na modelagem este aspecto.

4 CONCLUSÃO

Os resultados confirmaram que em curva de crescimento animal, ao longo do tempo há uma heterocedasticidade das variâncias residuais, sendo importante contemplar na modelagem estatística modelos que façam uso desta informação.

Além disso, a curva de crescimento Gompertz tende a superestimar o parâmetro de peso (ou consumo) assintótico para a maioria das modelagens, fornecendo estimativas que na maioria dos casos não condizem com a realidade, e com menor precisão destas estimativas do que com aquelas apresentadas pelo modelo Logístico.

Os modelos logísticos com modelagem na variância residual apresentaram bons resultados, não indicando violação de pressuposições básicas, com estimativas com sentido prático, e intervalos de confiança estreitos, indicando uma boa precisão destas estimativas.

Considerando as variáveis peso e consumo das aves, o modelo logístico com modelagem da variância residual do tipo exponencial foi o que apresentou o melhor desempenho na modelagem, tendo estimativas com sentido prático, menores valores de AIC e BIC, intervalos de confiança para os parâmetros estreitos e bandas de confiança para resposta esperada com maior precisão.

REFERÊNCIAS

- BATES, D. M.; WATTS, D. G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: John Wiley & Sons, 1988.
- CARROLL, R. J.; RUPPERT, D. **Transformation and weighting in regression**. New York: Chapman & Hall, 1988.
- FERREIRA, K. *et al.* Avaliação de modelos de crescimento com erros heterocedásticos de frangos de corte de linhagem caipira alimentados com sorgo. **Revista Agrária Acadêmica**, v. 4, n. 6, 2022. Disponível em: <https://agrariacad.com/2022/01/12/avaliacao-de-modelos-de-crescimento-com-erros-heterocedasticos-de-frangos-de-corte-de-linhagem-caipira-alimentados-com-sorgo/>. Acesso em: 19 ago. 2025.
- LUSTOSA, C. **Desempenho de frangos de corte de linhagem caipira alimentados com farelo de arroz e complexo enzimático**. 2018. Dissertação (Mestrado em Sanidade e Produção Animal Sustentável da Amazônia Ocidental) – Universidade Federal do Acre, Rio Branco. Disponível em: http://www2.ufac.br/ppgespa_docs/dissertacoes/dissertacao_camila_lustosa.pdf. Acesso em: 19 ago. 2025.
- MORAIS, J. *et al.* Curva de crescimento de diferentes linhagens de frango de corte caipira. **Ciência Rural**, v. 45, n. 10, p. 1872–1878, 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/cr/a/cggyjmfCTpKdXX9NR9XNLbq/>. Acesso em: 19 ago. 2025.
- NEGREIROS, G. A. *et al.* Inclusão de sorgo em rações para frangos de corte de linhagem caipira na Amazônia Ocidental. **Revista Agrária Acadêmica**, v. 3, n. 4, 2020. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/343122501_Inclusao_de_sorgo_em_racoes_para_frangos_de_corte_de_linhagem_caipira_na_Amazonia_Ocidental. Acesso em: 19 ago. 2025.
- PINHEIRO, J.; BATES, D.; R CORE TEAM. **nlme: linear and nonlinear mixed effects models**. Versão 3.1-168, 2025. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=nlme>. DOI: 10.32614/CRAN.package.nlme. Acesso em: 19 ago. 2025.
- ROSTAGNO, H. *et al.* **Tabelas brasileiras para aves e suínos: composição de alimentos e exigências nutricionais**. Viçosa: UFV, Departamento de Zootecnia, 2017. 66 p. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4532766/mod_resource/content/1/Rostagno%20et%20al%202017.pdf. Acesso em: 19 ago. 2025.
- SILVEIRA, F. G. *et al.* Análise de agrupamento na seleção de modelos de regressão não-lineares para curvas de crescimento de ovinos cruzados. **Ciência Rural**, v. 41, n. 4, 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/cr/a/F4jj8mSsjXxXkvgQXj3y48q/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 19 ago. 2025.
- SLOMINSKY, B. B. Recent advances in research on enzymes for poultry diets. **Poultry Science**, v. 90, p. 2013–2023, 2011. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032579119307369>. Acesso em: 19 ago. 2025.
- VALENTIM, J. K. *et al.* Implicações sobre o uso de promotores de crescimento na dieta de frangos de corte. **Nutritime – Revista Eletrônica**, Viçosa, v. 15, n. 4, p. 8191–8199, 2018. Disponível em: <https://nutritime.com.br/wp-content/uploads/2020/02/Artigo-470.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2025.

Contribuição de autoria

1 – Fabiane da Rocha Farias Lima

Mestrado profissional em Matemática pela Universidade Federal do Acre (UFAC).

<https://orcid.org/0009-0007-0097-594X> • fabiane579@hotmail.com

Contribuição: Análise formal, Escrita – revisão e edição, Metodologia, Redação – rascunho original.

2 – Edcarlos Miranda de Souza

Doutor em Estatística e Experimentação Agropecuária (UFLA) e Professor Associado da Universidade Federal do Acre (UFAC).

<https://orcid.org/0000-0001-8701-9545> • edcarlos.souza@ufac.br

Contribuição: Análise formal, Escrita – revisão e edição, Metodologia, Redação – rascunho original.

3 – Djair Durand Ramalho Frade

Doutor em Estatística e Experimentação Agronômica (USP) e Professor Adjunto da Universidade Federal do Acre (UFAC).

<https://orcid.org/0000-0002-4883-8596> • djair.durand@ufac.br

Contribuição: Análise formal, Escrita – revisão e edição, Metodologia, Redação – rascunho original.

4 – Camila Lustosa

Doutora em Estatística e Experimentação Agronômica (USP) e Professora Adjunto da Universidade Federal do Acre (UFAC).

<https://orcid.org/0009-0008-7184-2818> • camila.lustosa.cl@gmail.com

Contribuição: Investigação, Curadoria dos dados, Escrita – revisão e edição, Redação – rascunho original.

5 – Henrique Jorge de Freitas

Doutor em Ciência Animal (UFLA) e Professor Titular da Universidade Federal do Acre (UFAC).

<https://orcid.org/0000-0003-3967-3483> • henrique.freitas@ufac.br

Contribuição: Investigação, Curadoria dos dados, Escrita – revisão e edição, Redação – rascunho original.

Como citar este artigo

LIMA, F. da R. F.; SOUZA, E. M. de; FRADE, D. D. R.; LUSTOSA, C.; FREITAS, H. J. de. Curvas de crescimento com erros heterocedásticos na modelagem do desempenho zootécnico de frangos alimentados com farelo de arroz. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 48, 2026, e88917. DOI: <https://doi.org/10.5902/2179460x88917>.