

Ensino

Função quadrática: uma análise das Avaliações Externas (SPAECE e SISEDU) do Estado do Ceará, para uma abordagem didática no ensino dessa função

Quadratic Function: an analysis of the External Assessments (SPAECE and SISEDU) of the State of Ceará for a didactic approach in teaching this function

Luiz Edson Pinheiro Távora Neto¹ , Jonatan Floriano da Silva¹ 

¹Secretaria de Educação do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil

¹¹Universidade Federal do o Ceará, Fortaleza, CE, Brasil

RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido com o intuito de apresentar considerações sobre a importância de uma abordagem didática com a utilização do software GeoGebra e a Resolução de Problemas para o processo de ensino-aprendizagem da função quadrática. A pesquisa foi realizada no segundo semestre de 2022 no Colégio Estadual Liceu de Caucaia, localizado na cidade de Caucaia-CE. A metodologia abordada foi uma pesquisa bibliográfica, a partir de dados levantados de avaliações externas, que mostraram que os alunos da 3ª Série do Ensino Médio estavam com um déficit de conhecimento nesse assunto de Matemática e que precisavam de abordagens didáticas que visassem facilitar e concretizar o processo de ensino-aprendizagem. Além disso, foi utilizada uma análise de exposições e atividades realizadas em sala de aula sobre essa função, utilizando o software GeoGebra. Os principais resultados encontrados indicaram que abordagens didáticas bem direcionadas ajudaram a melhorar o conhecimento dos alunos sobre a função quadrática, o que trouxe um aumento dos índices do SPAECE da referida escola.

Keywords: Abordagem didática; Função quadrática; GeoGebra; Resolução de problemas

ABSTRACT

The present work was developed with the aim of presenting considerations about the importance of a didactic approach using the GeoGebra software and Problem Solving for the teaching-learning process of the quadratic function. The research was carried out in the second semester of 2022 at Colégio Estadual Liceu de Caucaia, located in the city of Caucaia-CE. The methodology addressed was bibliographical research, based on data collected from external evaluations, which showed that students in the 3rd

Series of High School had a lack of knowledge in this subject of Mathematics and that they needed didactic approaches that aimed to facilitate and implement the teaching-learning process. Furthermore, an analysis of exhibitions and activities carried out in the classroom on this function was used, using the GeoGebra software. The main results found indicated that well-directed teaching approaches helped to improve students' knowledge on the subject of quadratic function, which led to an increase in the SPAECE indexes of that school.

Palavras-chave: Didactic approach; Quadratic function; GeoGebra; Problem solving

INTRODUÇÃO

A Matemática é vista por muitos alunos como uma matéria difícil e tediosa, o que cria um estigma de que não conseguem aprendê-la. Devido a isso, os professores enfrentam muitos desafios no processo de ensino-aprendizagem.

Um grande obstáculo que o professor, não apenas de Matemática, enfrenta hoje é a lacuna de conhecimentos que os alunos trazem consigo, a qual pode ter se agravado com o fechamento das escolas imposto pela pandemia do Covid-19. A redução da interação social acarretou prejuízos para o desenvolvimento, raciocínio e, conseqüentemente, para o estímulo do aluno ao conhecimento. Sem essa interação, os professores ficaram menos disponíveis para esclarecer dúvidas dos assuntos estudados e o processo de ensino-aprendizagem se tornou menos efetivo.

A lacuna de conhecimentos matemáticos e o estigma de que não se consegue aprender Matemática desmotivam os alunos, resultando em um mau desempenho nas avaliações escolares e externas.

Segundo Santalo (2001, p. 11),

A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade. (Santalo, 2001, p. 11).

Com o objetivo de trazer alternativas para tornar o ensino de Matemática mais dinâmico e eficaz, e com o intuito de fornecer um material de apoio ao professor

em suas aulas, de forma a conduzir os alunos na construção e desenvolvimento de conceitos e procedimentos matemáticos, atribuindo um significado concreto ao que estão aprendendo, apresentamos, neste trabalho, uma análise dos dados de avaliações externas, que destacam a necessidade de um estudo mais aprofundado sobre funções quadráticas. Com base nisso, apresentamos uma abordagem didática para o estudo dessas funções, envolvendo exposições e atividades em sala de aula, utilizando o software GeoGebra e a resolução de problemas.

2 AVALIAÇÕES EXTERNAS

Esta seção explora o papel e a importância das avaliações externas no contexto educacional. Destacam-se duas dessas avaliações aplicadas no Estado do Ceará: o SPAECE e as Avaliações Diagnósticas do SISEDU. Serão fornecidos detalhes sobre a estrutura e o funcionamento dessas avaliações, incluindo exemplos de padrões de desempenho no SPAECE e dos saberes e habilidades abordados nas Avaliações Diagnósticas do SISEDU, com foco especial na função quadrática.

As avaliações externas, também chamadas de avaliações de larga escala, recebem esse nome porque são planejadas, confeccionadas e corrigidas fora do ambiente escolar. O objetivo dessas avaliações é analisar o desempenho dos alunos, permitindo que as escolas desenvolvam metodologias mais precisas para enfrentar os problemas que afetam seu desenvolvimento.

De acordo com Souza (2016),

As avaliações externas são instrumentos que tem como foco retratar a educação a partir de elementos que compõem os sistemas de ensino e a organização das unidades, na atuação que envolve o processo de ensino-aprendizagem. (Souza, 2016).

Com os resultados dessas avaliações, é possível realizar uma análise da educação no país, estado e município, o que contribui para o desenvolvimento de políticas públicas que objetivam melhorar o processo de ensino-aprendizagem. Além

disso, esses resultados permitem que as escolas façam um diagnóstico das ações já implementadas e busquem práticas mais exitosas.

No Estado do Ceará, temos o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE) e, também, as Avaliações Diagnósticas do Sistema Online de Avaliação, Suporte e Acompanhamento Educacional (SISEDU). Iremos, mais adiante, falar sobre cada uma delas, apresentando gráficos com resultados que mostrarão a importância de abordagens didáticas para facilitar e melhorar o processo de ensino-aprendizagem em determinados saberes.

2.1 Avaliação Externa (SPAECE)

Segundo a Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC-CE), o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – (SPAECE) é uma avaliação externa em larga escala que avalia as competências e habilidades dos alunos através de descritores do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, em Língua Portuguesa e Matemática. Ele vem sendo implementado desde 1992, pelo Governo do Estado do Ceará, por meio da SEDUC-CE, e somente em 2007 que começou a ser aplicado no Ensino Médio.

O SPAECE ocorre de forma censitária, abrangendo todas as escolas estaduais e municipais. Seu objetivo é realizar avaliações que estejam alinhadas com as Matrizes de Referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). O Saeb consiste em um conjunto de avaliações externas, em larga escala, que permitem ao Inep realizar um diagnóstico da Educação Básica brasileira, identificando fatores que possam interferir no desempenho dos estudantes.

No caso do Ensino Médio, o SPAECE é realizado anualmente e engloba todas as escolas da Rede Estadual de ensino, incluindo seus anexos. Esse programa é implementado nos 184 municípios cearenses, visando avaliar de maneira abrangente o desempenho dos estudantes nessa etapa educacional.

Tabela 1 – Matriz de Referência dos Descritores do SPAECE

DESCRITORES	DESCRIÇÃO DOS DESCRITORES
TEMA I. INTERAGINDO COM OS NÚMEROS E FUNÇÕES	
D16	Estabelecer relações entre representações fracionárias e decimais dos números racionais.
D19	Resolver problema envolvendo juros simples.
D20	Resolver problema envolvendo juros compostos.
D24	Fatorar e simplificar expressões algébricas.
D28	Reconhecer a representação algébrica ou gráfica da função polinomial de 1º grau.
D40	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D42	Resolver situação-problema envolvendo o cálculo da probabilidade de um evento.
TEMA II. CONVIVENDO COM A GEOMETRIA	
D49	Resolver problemas envolvendo semelhança de figuras planas.
D50	Resolver situação problema aplicando o Teorema de Pitágoras ou as demais relações métricas no triângulo retângulo.
D51	Resolver problemas usando as propriedades dos polígonos (soma dos ângulos internos, número de diagonais e cálculo do ângulo interno de polígonos regulares).
D52	Identificar planificações de alguns poliedros e/ou corpos redondos.
D53	Resolver situação-problema envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
D54	Calcular a área de um triângulo pelas coordenadas de seus vértices.
D55	Determinar uma equação da reta a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
D56	Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.
D57	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.
D58	Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
TEMA III. VIVENCIANDO AS MEDIDAS	
D64	Resolver problema utilizando as relações entre diferentes unidades de medidas de capacidade e de volume.
D65	Calcular o perímetro de figuras planas em uma situação problema.
D66	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D71	Calcular a área da superfície total de prismas, pirâmides, cones, cilindros e esfera.
D72	Calcular o volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones em situação-problema.
TEMA IV. TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	
D76	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas aos gráficos que as representam, e vice-versa.
D78	Resolver problemas envolvendo medidas de tendência central: média, moda ou mediana.

Fonte: (CAED/UFJR, 2023)

Legenda: Descritores do SPAECE em Matemática da 3ª série do Ensino Médio – Retirada do site: <https://caeddigital.et/tecnologias-2/plataformacaed.html>

Com o SPAECE é coletado um conjunto de informações, que permite elaborar um quadro sobre os resultados da aprendizagem dos alunos, seus pontos fracos e fortes, o que possibilita direcionar melhor as políticas públicas educacionais.

Dado que nosso principal foco é o Ensino Médio, o SPAECE possui, nesse nível, 24 descritores em sua Matriz de Referência (tabela 1). Esses descritores representam as habilidades e conhecimentos que os alunos devem dominar ao concluir o Ensino Médio. O SPAECE é aplicado aos alunos do 3º série do Ensino Médio. A nota do aluno no SPAECE é baseada nos padrões de desempenho, os quais são categorias definidas a partir de cortes numéricos que agrupam os níveis da Escala de Proficiência, com base nas metas educacionais estabelecidas pelo SPAECE. Esses cortes dão origem a quatro Padrões de Desempenho (Muito crítico, Crítico, Intermediário e Adequado), os quais apresentam o perfil de desempenho dos alunos.

Com isso, alunos que se encontram em um padrão de desempenho abaixo do esperado para sua série de escolaridade precisam ser foco de abordagens didáticas mais especializadas, de modo a garantir o desenvolvimento das habilidades necessárias ao sucesso escolar, evitando, assim, a repetência e a evasão escolar.

O quadro 1 apresenta a descrição dos padrões de desempenho do SPAECE para 3º ano Médio. Para um aluno ser classificado no desempenho Muito Crítico, ele deve tirar uma pontuação de até 250 pontos, no Crítico, entre 250 e 300 pontos; no Intermediário, entre 300 e 350 pontos; e no Adequado, acima de 350 pontos.

Quadro 1 – Descrição dos padrões de desempenho do SPAECE

Padrão de desempenho Descrição	
Muito crítico	Este padrão reúne estudantes com carência de aprendizagem para o desenvolvimento das habilidades e competências mínimas requeridas para a conclusão da etapa de escolaridade em que se encontram. São estudantes que necessitam de ações pedagógicas de recuperação.
Crítico	Este padrão agrupa estudantes que ainda não demonstram ter desenvolvido adequadamente as habilidades e competências essenciais para a sua etapa de escolaridade. Demandam atividades de reforço na aprendizagem.
Intermediário	Este padrão reúne estudantes que revelam ter consolidado as habilidades e competências mínimas e essenciais esperadas para sua etapa de escolaridade. Entretanto, ainda requerem ações para aprofundar a aprendizagem.
Adequado	Este padrão agrupa estudantes que conseguiram desenvolver as habilidades e competências previstas para a sua etapa de escolaridade ou possuem um desenvolvimento além do esperado. Esses estudantes precisam de estímulos para continuar avançando no processo de aprendizagem.

Fonte: (CAED/UFJR, 2023)

Legenda: Padrões de desempenho dos alunos que realizam o SPAECE – Retirada do site: <https://caed.digital.net/tecnologias-2/plataformacaed.html>

2.2 Avaliação Diagnóstica (SISEDU)

Segundo a Coordenadoria Estadual de Formação Docente e Educação a Distância (CODED/CED), o SISEDU é uma plataforma que tem por objetivo identificar, por meio da realização de uma avaliação diagnóstica, operações mentais utilizadas pelos alunos durante as avaliações. Com isso, a plataforma realiza o agrupamento de alunos com desempenho em comum e indica um material estruturado direcionado como suporte para aprimorar o conhecimento. A avaliação é composta por itens de Língua Portuguesa e Matemática, tendo como base a Matriz de Referência e níveis de desempenho do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará SPAECE.

O SISEDU é uma iniciativa do Programa Cientista Chefe¹, sendo composto por pesquisadores e cientistas que atuam em secretarias e órgãos estratégicos do Governo do Estado do Ceará. O Cientista Chefe da Educação é o Pesquisador Jorge

¹ É uma iniciativa da Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP) juntamente com Universidade Federal do Ceará (UFC) e o Governo do Estado do Ceará.

Herbert Soares de Lira², o qual, junto com a sua equipe, idealizou projetos que deram contribuições fundamentais para melhorar a educação do Estado do Ceará, entre elas podemos citar a Especialização em Qualificação no Ensino de Matemática, que foi ofertada a professores da Rede Estadual de Ensino e a parceria (UFC)/(SEDUC-CE)/(FUNCAP)/(SBM), a qual ofertou o Mestrado Profissional em Matemática PROFMAT aos professores da rede.

A plataforma do SISEDU, desenvolvida em 2018, é uma plataforma online gerenciada pela SEDUC-CE, que agrupa diferentes soluções tecnológicas com dois principais objetivos: melhorar a avaliação e o acompanhamento da aprendizagem do aluno e fornecer ao professor opções de soluções didáticas que possibilitem aplicações em sua sala de aula para tentar reverter os insucessos apresentados nos resultados da avaliação diagnóstica.

Com a possibilidade da realização da avaliação diagnóstica na própria plataforma do SISEDU, os resultados são liberados aos professores tão logo seus alunos terminem de responder seus testes. Essa devolutiva em tempo real permite ao professor e à gestão escolar a possibilidade de traçar um roteiro pedagógico tão logo a avaliação seja concluída, otimizando seu tempo pedagógico e direcionando seu planejamento.

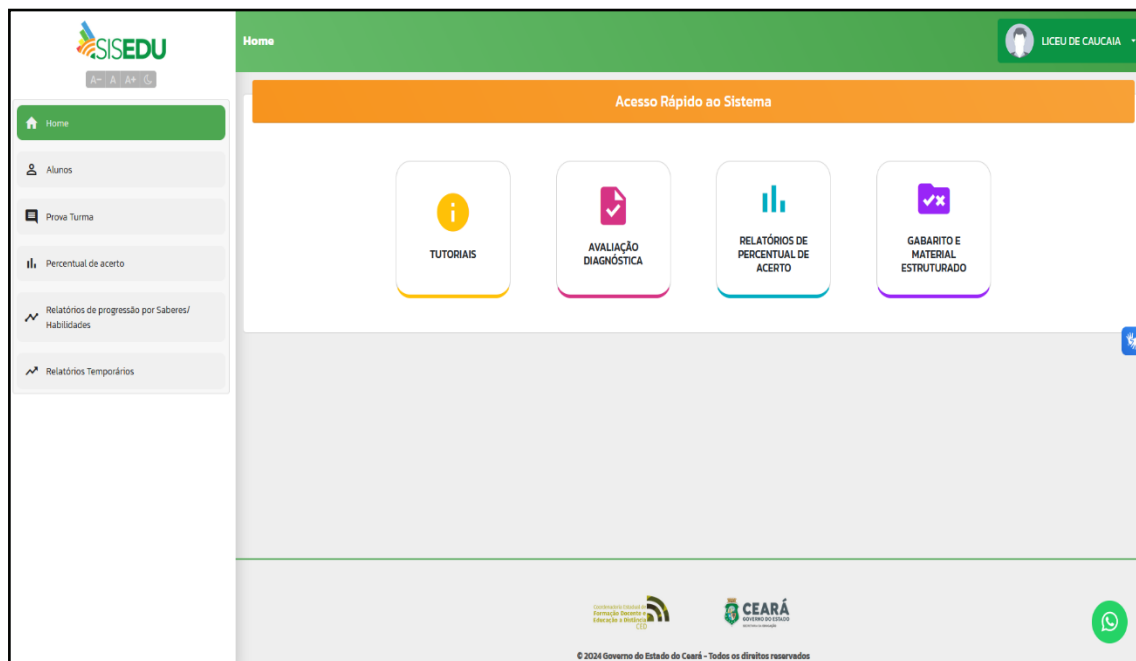
O SISEDU possui um Material Estruturado, o qual foi pensado para dar o suporte didático ao professor, que pode ser utilizado em diferentes níveis de proficiência e a partir de diversas abordagens didáticas. Esse material é fornecido ao professor para dar a possibilidade de trabalhar conteúdos e habilidades que o aluno não tenha conseguido desenvolver, dentro do seu nível de conhecimento, ao longo do seu processo formativo até o momento da avaliação e também depois dessa.

A figura 1 apresenta a tela inicial do SISEDU. Nela, é possível acessar o tutorial da [plataforma](#), a Avaliação Diagnóstica, o Relatório de Percentual de Acertos dos alunos

² Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba, mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará e doutorado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (2000). Atualmente é professor associado da Universidade Federal do Ceará e bolsista de produtividade em pesquisa, nível 1C na área de Matemática.

em cada Saber ou Habilidade, o Gabarito e a Resolução Comentada da Avaliação Diagnóstica, além do Material Estruturado de apoio ao professor.

Figura 1 – Tela inicial da Plataforma do SISEDU



Fonte: Acervo particular dos autores (outubro de 2022)

Legenda: Tela inicial do SISEDU, onde contém os principais comandos

As avaliações diagnósticas do SISEDU exigem que os alunos dominem 16 saberes que contêm as habilidades necessárias para que o seu aprendizado seja concretizado. O foco desse trabalho é o Saber 10, que trata das habilidades na função quadrática, que os alunos devem se apropriar antes de terminarem o Ensino Médio.

As tabelas 2 e 3, a seguir, apresentam, respectivamente, os 16 Saberes e algumas Habilidades do Saber 10.

Tabela 2 – Matriz de Referência de Matemática para a Avaliação Diagnóstica – SISEDU

Saberes	Descrição dos Saberes
Saber 01	Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração posicional decimal.
Saber 02	Efetuar operações e resolver problemas envolvendo números naturais e inteiros.
Saber 03	Efetuar operações e resolver problemas envolvendo números racionais e suas representações fracionárias e decimais.
Saber 04	Identificar e utilizar relações de proporcionalidade entre grandezas numéricas.
Saber 05	Compreender e utilizar elementos, propriedades e relações de congruência e semelhança entre figuras geométricas.
Saber 06	Utilizar modelos e resolver problemas envolvendo relações lineares entre variáveis.
Saber 07	Compreender e medir grandezas geométricas de figuras geométricas planas.
Saber 08	Compreender e utilizar relações métricas e razões trigonométricas em figuras geométricas planas.
Saber 09	Efetuar operações, calcular medidas e tratar informações envolvendo números reais.
Saber 10	Utilizar modelos e resolver problemas envolvendo relações quadráticas e polinomiais entre grandezas.
Saber 11	Utilizar modelos e resolver problemas envolvendo potências e raízes de números reais.
Saber 12	Utilizar modelos e resolver problemas envolvendo equações e sistemas lineares.
Saber 13	Compreender e utilizar conceitos algébricos em Geometria.
Saber 14	Compreender e utilizar elementos, propriedades e medidas de objetos geométricos no espaço.
Saber 15	Utilizar ferramentas estatísticas no tratamento da informação.
Saber 16	Compreender e utilizar métodos probabilísticos no tratamento da informação e da aleatoriedade.

Fonte: (SISEDU, 2022)

Legenda: Saberes que os alunos devem ter assimilado para realizar a Avaliação Diagnóstica do SISEDU

Tabela 3 – Habilidades do Saber 10

(continua)

Habilidades	Descrição das Habilidades
S10.H09	Associar um fator linear de uma expressão algébrica quadrática (ou polinomial, em geral) a um zero ou raiz.
S10.H11	Relacionar as raízes de um polinômio quadrático com sua decomposição em fatores lineares.
S10.H12	Completar quadrados em expressões quadráticas para determinação das raízes.
S10.H14	Reconhecer, em diversos contextos, a dependência de uma variável como função quadrática de outra.
S10.H15	Reconhecer as representações algébrica ou geométrica de funções quadráticas.
S10.H16	Identificar os parâmetros de uma função quadrática em termos da parábola que a representa graficamente.
S10.H17	Identificar raízes, máximos/mínimos e outros elementos algébricos e geométricos (convexidade, interceptos, vértice, eixo de simetria) a partir da forma estendida e da forma fatorada de uma função quadrática.

Tabela 3 – Habilidades do Saber 10

(conclusão)

Habilidades	Descrição das Habilidades
S10.H19	Formular modelos ou resolver problemas, motivados por diferentes contextos e aplicações, em termos de funções lineares ou quadráticas.
S10.H20	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função quadrática.

Fonte: (SISEDU, 2022)

Legenda: Habilidades do Saber 10 que os alunos devem ter assimilado para realizar a Avaliação Diagnóstica do SISEDU

3 CONCEITOS BÁSICOS DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Nesta seção, o objetivo é abordar as definições de função quadrática, suas características e propriedades fundamentais. Para um aprofundamento mais detalhado sobre esse tema, são indicados os seguintes livros: Lima (2013) e Neto (2013).

Definição 1. Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando existem números reais a, b e c , com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplos:

- $f(x) = 2x^2 + 5x - 6$, com $a = 2, b = 5$ e $c = -6$;
- $f(x) = -5x^2 + 4$, com $a = -5, b = 0$ e $c = 4$;
- $f(x) = x^2 - 4x$, com $a = 1, b = -4$ e $c = 0$.

3.1 Forma Canônica

$$\begin{aligned}
 f(x) &= ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = \\
 &= a\left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right)\right] = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)\right].
 \end{aligned}$$

Denotando $b^2 - 4ac$ por Δ , também chamado de discriminante do trinômio do segundo grau, temos a forma canônica

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right].$$

3.2 Zeros da função

Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, são os valores de reais tais que $f(x) = 0$. Então, utilizando a forma canônica, as soluções da equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$ são dadas por:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c = 0 &\Leftrightarrow a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right] = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}. \end{aligned}$$

Com isso, chegamos à, popularmente conhecida, Fórmula de Bháskara.

3.3 Número de raízes

A existência de raízes reais para a equação do segundo grau depende de ser Δ ser não negativo. Logo, temos três casos a considerar:

1. $\Delta > 0$: a equação terá duas raízes distintas, que são:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2. $\Delta = 0$: a equação terá duas raízes iguais, que são:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

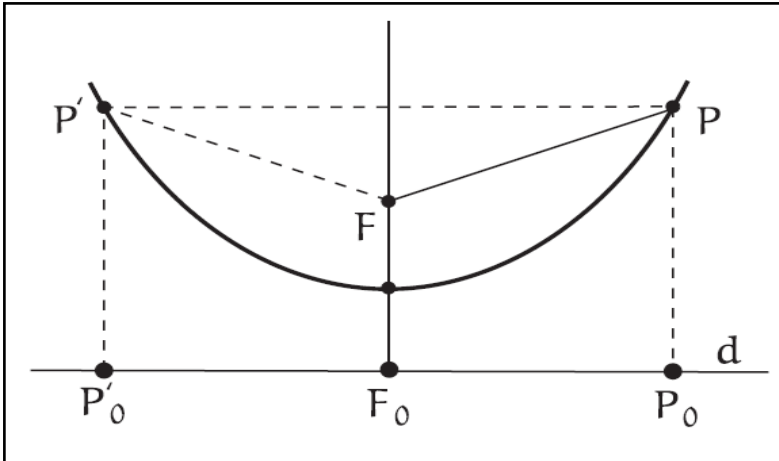
3. $\Delta < 0$: como nesse caso sabemos que $\sqrt{\Delta} \notin \mathbb{R}$, iremos dizer que a equação não possui raízes reais.

3.4 Gráfico da função

O gráfico da função quadrática é uma parábola. De acordo com (Lima, 2012),

chama-se parábola de foco F e diretriz d ao conjunto dos pontos equidistantes de d e F .

Figura 2 – Gráfico da parábola



Fonte: (LIMA, 2012)

Legenda: Representação do gráfico de uma parábola, dados o foco e a diretriz

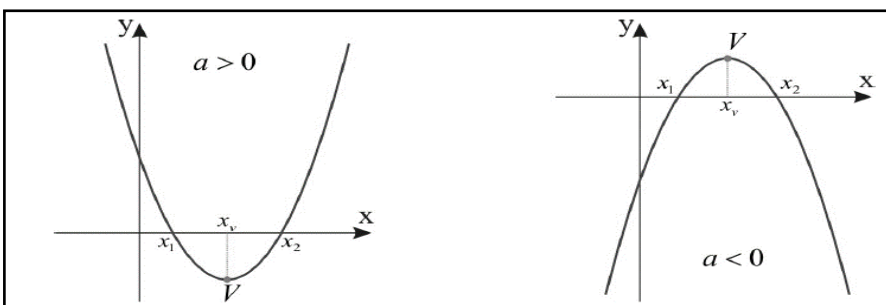
Definição 2. Dados um ponto F e uma reta d , pertencentes a um plano α , com $F \notin d$. A Parábola de foco F e diretriz d é o conjunto dos pontos de α que estão à mesma distância de F e de d . **Parábola** = $\{P \in \alpha \mid PF = Pd\}$.

O gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é uma parábola, cuja diretriz é a reta horizontal $y = \frac{4ac - b^2 - 1}{4a}$ e cujo o foco é o ponto $F = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 1}{4a}\right)$.

3.5 Concavidade da parábola

A parábola que representa a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser voltada para cima se $a > 0$ ou voltada para baixo se $a < 0$, como mostra a figura 3.

Figura 3 – Concavidade da parábola



Fonte: Acervo particular dos autores (outubro de 2022)

Legenda: Gráficos que representam as concavidades da parábola para $a > 0$ ou $a < 0$

3.6 Máximo e mínimo da função

Seja a função quadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

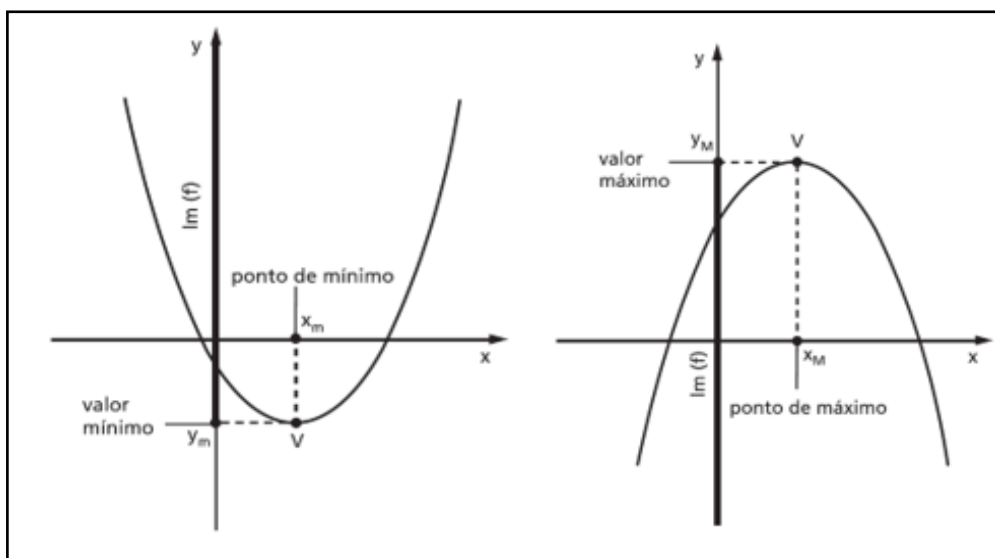
e considere a sua forma canônica

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2} \right) \right].$$

A forma canônica exhibe, no interior dos colchetes, uma soma de duas parcelas. A primeira depende de x e é sempre maior ou igual a zero. A segunda é constante. O menor valor dessa soma é atingido $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$ quando é igual a zero, ou seja, quando $x = -\frac{b}{2a}$. Nesse ponto, $f(x)$ também assume seu valor extremo. Portanto, quando $a > 0$, o menor valor assumido por $f(x) = ax^2 + bx + c$ é $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$. Se $a < 0$, o valor $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ é o maior valor assumido por $f(x)$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

Definição 2. Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Se $a > 0$, o ponto $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ do gráfico de $f(x)$ é o ponto mínimo (figura 6). Se $a < 0$, o ponto $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ do gráfico de $f(x)$ é o ponto máximo.

Figura 4 – Mínimo e Máximo da função quadrática



Fonte: Acervo particular dos autores (outubro de 2022)

Legenda: Gráficos que representam os pontos mínimos e máximos da parábola para $a > 0$ ou $a < 0$

3.7 Vértice da parábola

O vértice da parábola é obtido no valor máximo ou mínimo da função quadrática. Se a concavidade da parábola for voltada para cima, o vértice é o ponto em que a abscissa assume o valor mínimo da função, ou seja, o menor valor que a função pode assumir. Se a concavidade da parábola estiver voltada para baixo, o vértice é o ponto em que a abscissa assume o valor máximo da função, ou seja, o maior valor que a função pode assumir.

O vértice da parábola é, portanto, o ponto $V(X_v, Y_v)$, onde $X_v = -\frac{b}{2a}$ e $Y_v = -\frac{\Delta}{4a}$.

4 ABORDAGEM DIDÁTICA

Esta seção destaca a importância das abordagens didáticas no contexto escolar, especialmente no ensino da Matemática, argumentando que transformações nos aspectos didáticos e metodológicos são essenciais para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais efetivo.

As abordagens didáticas são práticas pedagógicas necessárias no contexto escolar, pois com elas tornamos mais efetivo o processo de ensino-aprendizagem. O ensino da Matemática, como também das outras áreas do conhecimento, necessita de transformações nos aspectos didático e metodológicos.

Segundo Borba e Penteado (2019), "O ensino da Matemática, que vinha se caracterizando pela oralidade, escrita, lápis, papel e giz, passou a apresentar-se, no final do século XX, com novas abordagens e novos recursos tecnológicos".

É necessário que o professor analise a cada dia a sua prática na sala de aula no intuito de tornar cada vez mais relevante o uso das tecnologias, buscando assim novas metodologias que possam tornar as suas exposições mais dinâmicas e com isso atrair a atenção dos seus alunos e facilitar o processo de ensino-aprendizagem.

Além do uso das tecnologias na sala de aula, o estudante precisa de estímulo, situações que envolvam aplicações matemáticas do seu cotidiano. Essas situações

devem ser introduzidas no planejamento do professor, pois irão mostrar ao aluno que os conteúdos estudados em sala possuem importância e podem ser aplicados no seu dia a dia.

Os docentes devem estar preparados para saber escolher e usar softwares com reflexão, sabendo que o seu papel é o de mediador entre a tecnologia e aprendizagem. É importante ressaltar que sem o professor, o software sozinho não ensina ninguém, por mais avançado que seja, muitas vezes não conseguem entender completamente o contexto de uma situação de aprendizado. Softwares fornecer informações e exercícios, mas não conseguem adaptar o conteúdo com base nas necessidades individuais do aluno ou nas circunstâncias específicas do momento. O professor sempre terá relevância como o mediador na criação de situações de utilização desses instrumentos que levem os alunos à aprendizagem.

Desse modo, mais adiante apresentaremos a abordagem didática para o ensino da função quadrática através do uso do software GeoGebra e de resoluções de problemas práticos com o uso dessa função, tais problemas foram retirados do Material Estruturado, o qual foi elaborado pelo projeto Cientista Chefe e que pode ser acessado na plataforma do SISEDU³ e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)⁴.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O objetivo deste capítulo é detalhar as metodologias e técnicas empregadas na realização da pesquisa e informar sobre como o estudo foi conduzido.

5.1 Contexto

A abordagem didática foi realizada em uma instituição estadual de ensino de nível médio, chamada Colégio Estadual Liceu de Caucaia, localizada na Rua Araquém, 1100, no Bairro Parque Potira, no Município de Caucaia, estado do Ceará. A escola é mantida pelo Governo do Estado com o INEP 23236353, sendo ligada administrativa e

³ <https://sisedu.seduc.ce.gov.br/>

⁴ <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>

tecnicamente à Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC). Funciona durante os três turnos em regime regular, tendo ao todo 31 turmas, sendo 11 turmas de 1º ano, 10 turmas de 2º ano e 10 turmas de 3º série do Ensino Médio.

5.2 Participantes

Participaram dessa abordagem didática as turmas das 3º série do Ensino Médio, dos turnos manhã e tarde.

5.3 Justificativa para a abordagem didática

No segundo semestre de 2022, os alunos dos terceiros anos do Colégio Liceu Estadual de Caucaia realizaram a segunda Avaliação Diagnóstica na plataforma SISEDU. O Quadro 2 mostra o menor percentual de acertos em determinados saberes. Observando os dados, nota-se que o Saber 10, foco deste trabalho, está entre os saberes com os menores percentuais de acertos entre todos os 326 alunos que realizaram a avaliação. As cores representam as faixas de acerto: entre 0% e 25% é utilizada a cor vermelha; entre 25% e 50%, a cor amarela; entre 50% e 75%, a cor verde; e entre 75% e 100%, a cor azul.

Quadro 2 – Percentual de acertos nos Saberes na Avaliação Diagnóstica 2022

Saber	Percentual de acerto
S03 – Efetuar operações e resolver problemas envolvendo números racionais	29,14%
S04 – Identificar e utilizar relações de proporcionalidade entre grandezas numéricas	14,01%
S05 – Identificar relações de congruência e semelhança entre figuras geométricas	32,38%
S06 – Elaborar modelos e resolver problemas envolvendo relações lineares entre grandezas	22,44%
S07 – Compreender e medir grandezas geométricas de figuras planas	26,15%
S08 – Compreender utilizar relações métricas e trigonométricas em figuras planas	26,35%
S10 – Modelar e utilizar relações quadráticas entre grandezas	19,92%
S11 – Modelar e utilizar relações exponenciais e logarítmicas entre grandezas	12,27%
S12 – Utilizar ferramentas estatísticas no tratamento da informação	23,60%

Fonte: (SISEDU, 2022)

Legenda: Lista dos saberes com o menor percentual de acertos dos alunos na Avaliação Diagnóstica do SISEDU

Podemos concluir que o Padrão de Desempenho desses alunos no Saber 10 é de Muito Crítico. Com isso, é fundamental que seja feita com eles uma abordagem didática, a qual possa aumentar o conhecimento desses alunos nesse saber, trazendo com isso a motivação que os mesmos precisam para terminar os estudos e se possível entrar na universidade e no mercado de trabalho.

5.4.1 Utilizando o GeoGebra

Como abordagem didática, foi utilizado o software GeoGebra para exposições e realização de atividades e resolução de problemas.

O estudo da função quadrática nas turmas da 3ª Série do Ensino Médio do Colégio Estadual Liceu de Caucaia se deu da seguinte forma:

1. Explanação no quadro sobre a definição, gráfico, zeros da função e máximo e mínimo;
2. Explanação com a utilização do Software GeoGebra Classic 5;
3. Atividade com a utilização da Calculadora Gráfica GeoGebra.

As explanações, mostradas nas Figuras 5 e 6, foram feitas em dois momentos distintos. Na primeira aula inseri várias funções e expliquei o comportamento dos gráficos de cada uma. Na segunda, usando o GeoGebra, inseri uma função com parâmetros e, utilizando os controles deslizantes desses parâmetros, analisamos os comportamentos dos seus gráficos.

Figura 5 – Explicação sobre função quadrática

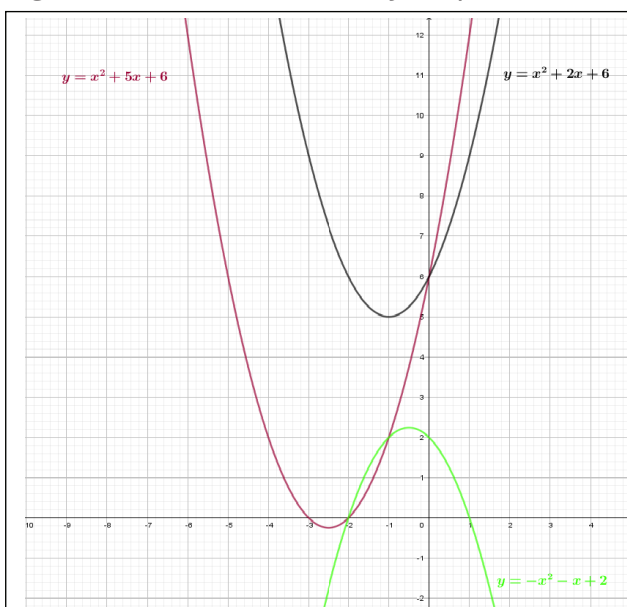


Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Aula realizada no Laboratório de Informática sobre função quadrática

Os alunos puderam visualizar o comportamento do gráfico da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$. Quando $a > 0$, a concavidade da parábola é voltada para cima e quando $a < 0$ a concavidade da parábola é voltada para baixo. Verificaram também que o coeficiente c indica a ordenada do ponto em que a parábola intersecta o eixo y , uma vez que no eixo y todos os valores de x valem zero. Com efeito, para $f(x) = ax^2 + bx + c$, fazendo $x = 0$, obtemos $f(0) = c$.

Figura 6 – Gráficos da função quadrática – GeoGebra



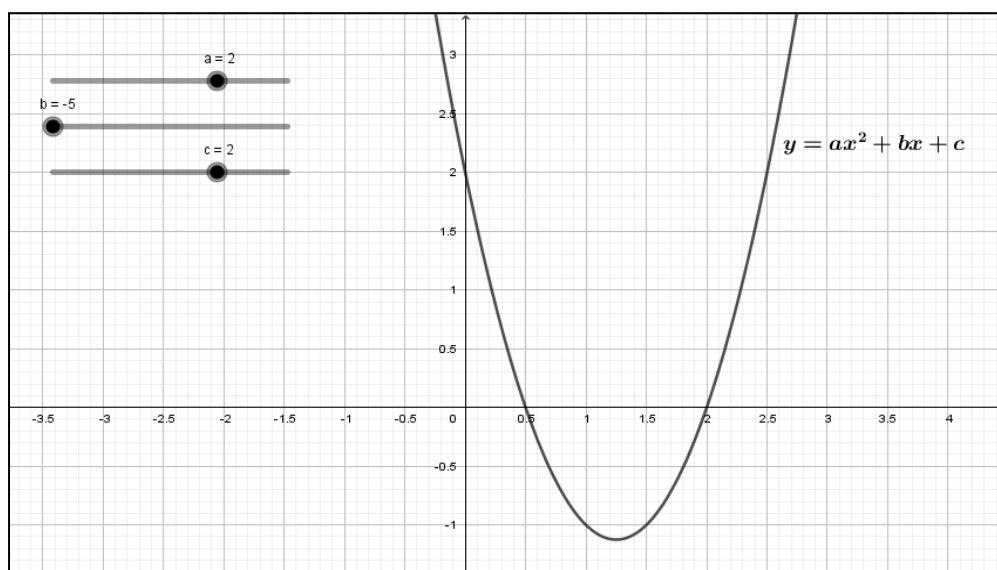
Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Exemplos de gráficos de funções quadráticas elaborados no software GeoGebra

Esse momento foi muito produtivo, pois os alunos participaram e interagiram com o software ao alterar os gráficos por meio dos controles deslizantes e com isso puderam observar e comparar as mudanças nos gráficos em relação a cada função inserida. Por meio das indagações feitas, os alunos conseguiram chegar à representação algébrica após a análise gráfica da função. Essa prática interativa, facilitada pela tecnologia, auxiliou na compreensão e na construção dos conceitos.

No segundo momento, inseri no GeoGebra a função $y = ax^2 + bx + c$, com a , b e c com parâmetros, para todo $x \in \mathbb{R}$, o que gerou os respectivos controles deslizantes, conforme mostrado na figura 7.

Figura 7 – Gráfico da função quadrática – Controle Deslizante – GeoGebra

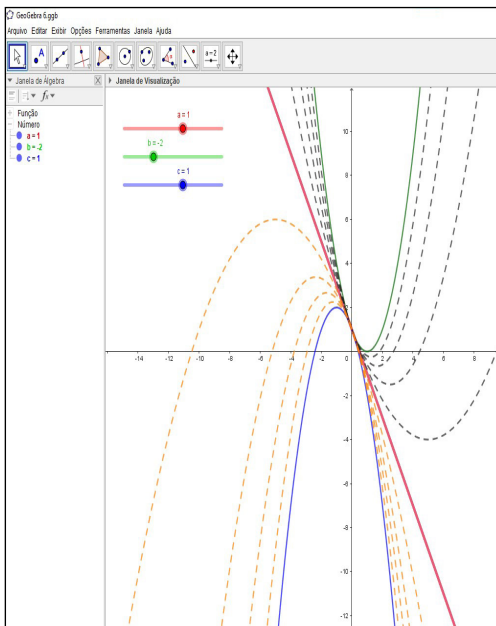


Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: gráfico da função quadrática utilizando o controle deslizante para os coeficientes da função

Foram utilizados esses controles deslizantes que variavam no intervalo de -5 a 5 e tomados como base para a função $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Os alunos começaram a analisar a variação dos coeficientes. Começamos pelo coeficiente a , fazendo a variação entre -5 e 5. Obtemos a projeção dos movimentos do gráfico na figura 8.

Figura 8 – Projeção dos gráficos com a variação do coeficiente



Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Gráficos da função quadrática utilizando o controle deslizante e variando apenas o coeficiente a da função

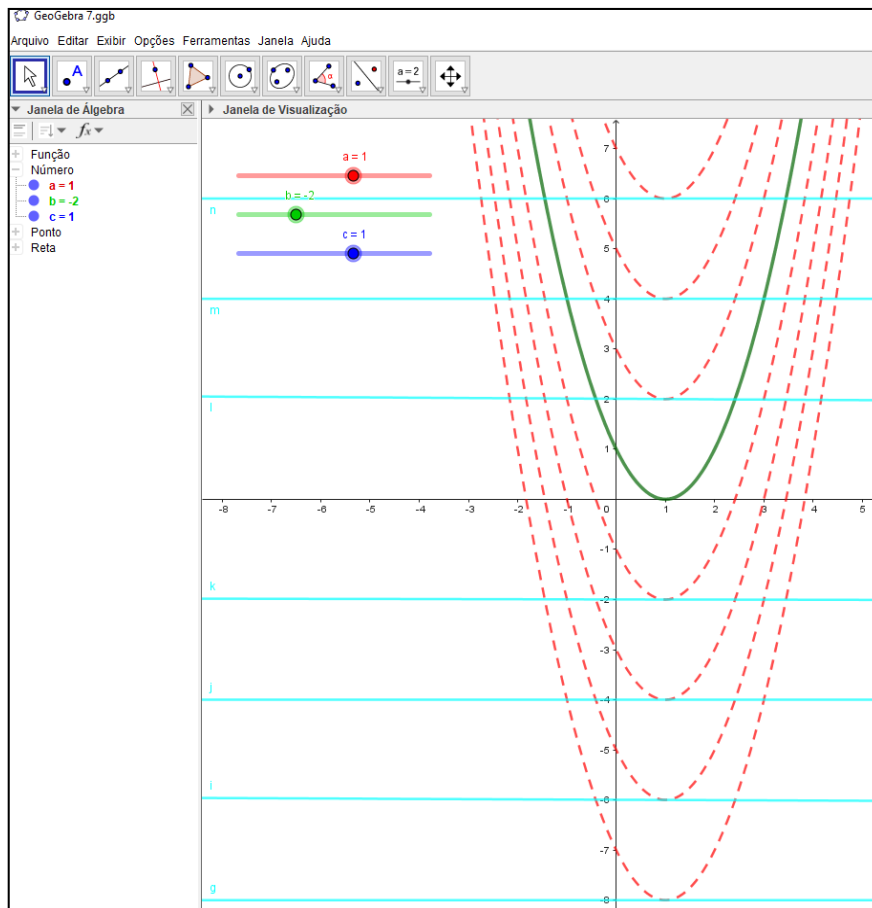
Sendo a linha contínua verde o gráfico que tomamos como base, os pontilhados em preto são para valores de $a > 0$, os pontilhados laranjas para $a < 0$ o de vermelho para o gráfico onde $a = 0$. A observação de que gráfico para $a = 0$ é uma reta pareceu como uma surpresa para os alunos, que perceberam que se $a = 0$ não teremos mais uma função quadrática, mas sim uma função afim.

Em seguida, analisamos as projeções gráficas com a variação do coeficiente c . Os alunos perceberam que quando movemos a barra do controle deslizante do coeficiente c e deixamos fixas as outras barras dos controles deslizantes dos coeficientes a e b , o gráfico sobe e desce com o vértice sempre em uma reta perpendicular ao eixo das abscissas que passa pelo vértice (X_v, Y_v) , conforme mostrado na figura 9.

Durante a exposição, foi possível perceber a curiosidade dos alunos diante da interface do GeoGebra no computador, o fato de eles explorarem livremente o GeoGebra os levou a visualizar algo que era somente visto por abstrações e esboços gráficos. Segundo os alunos, a utilização do GeoGebra proporcionou maior praticidade na resolução das atividades, além de facilitar a compreensão dos conceitos que

estavam sendo trabalhados. Houve também alunos que consideraram o estímulo à criatividade e ao desenvolvimento lógico, outra vantagem da utilização do GeoGebra.

Figura 9 – Projeção dos gráficos com a variação do coeficiente c



Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Gráficos da função quadrática utilizando o controle deslizante e variando apenas o coeficiente da função

Vejo que a utilização desse software traz para o processo de ensino-aprendizagem o concreto, onde o aluno pode ver, observar, sentir e interagir com o conteúdo matemático que está sendo estudado.

Depois desses dois momentos distintos, de explanação sobre a função quadrática utilizando o GeoGebra, foi passada, como avaliação dessa abordagem pedagógica, uma atividade com três questões. Essa atividade os alunos a realizaram com o auxílio do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra.

Na primeira questão, figura 10, foi observado que os alunos não tiveram dificuldades em inserir no aplicativo as funções pedidas, figura 11.

Figura 10 – Atividade função quadrática – Questão 1

1. Digite no campo Entrada do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra as funções quadráticas abaixo e observe os seus respectivos gráficos.

(a) $y = x^2 - 3x - 10$.

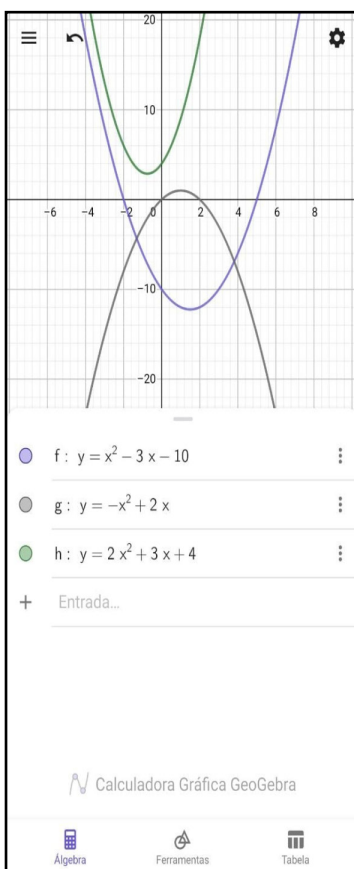
(b) $y = -x^2 + 2x$.

(c) $y = 2x^2 + 3x + 4$.

Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Atividade de função quadrática realizada pelos alunos

Figura 11 – Resposta da questão 1 – Atividade – função quadrática



Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Resposta da questão 1 de um determinado aluno utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra

Na segunda questão, figura 12, item (a), todos os alunos responderam corretamente observando que quando o coeficiente da função quadrática for positivo, a concavidade da parábola é voltada para cima, logo, a função tem mínimo; caso o

coeficiente a seja negativo, a concavidade da parábola é voltada para baixo, logo, a função tem máximo. No item (b), os alunos perceberam, observando o gráfico, que a parábola intercepta o eixo y no ponto $(0, c)$. No item (c), os alunos já com o conhecimento de que as raízes são os pontos onde a parábola intercepta o eixo x , não tiveram dificuldades em identificar, e ainda colocaram como observação, que uma das funções, no caso a função h , não possuía raízes reais, pois não interceptava o eixo em nenhum ponto.

Figura 12 – Atividade função quadrática – Questão 2

2. Observando cada gráfico das funções quadráticas inseridas na questão anterior, responda.
- (a) A função tem máximo ou mínimo?
 - (b) Em que ponto a parábola intercepta o eixo y ?
 - (c) Quais as raízes ou zeros da função?

Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Atividade de função quadrática realizada pelos alunos

A terceira questão, figura 13, foi a que mais trouxe dificuldades, pois foi pedido para inserir a função $y = ax^2 + 5x - 6$ com um parâmetro a , e através do controle deslizante criado, fazer uma análise do que foi proposto na questão.

Figura 13 – Atividade função quadrática – Questão 3

3. Digite no campo Entrada do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra a função $y = ax^2 + 5x - 6$ com parâmetro a e responda.
- (a) Para quais valores de a a função tem máximo ou mínimo?
 - (b) Quais as raízes ou zeros da função quando $a = 2$?
 - (c) Quais as raízes ou zeros da função quando $a = -2$?
 - (d) Qual o comportamento do gráfico quando $a = 0$?

Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Atividade de função quadrática realizada pelos alunos

No item (a) foi pedido para identificar valores do parâmetro a de modo que a função inserida tivesse máximo ou mínimo. Os alunos foram alterando os valores de

a no controle deslizante e concretizaram o que foi estudado nas exposições: quando $a < 0$, temos mínimo e quando, temos máximo.

No item (b), os alunos alteraram através do controle deslizante, o parâmetro para $a = 2$ e, observando o gráfico construído, não tiveram dificuldades para identificar as duas raízes da função como sendo $x_1 = 0,886$ e $x_2 = -3,386$. O item (c) é análogo, fazendo o parâmetro $a = -2$, os alunos observaram que a parábola não interceptava o eixo x em nenhum ponto e concluíram que a função não possuía raízes reais.

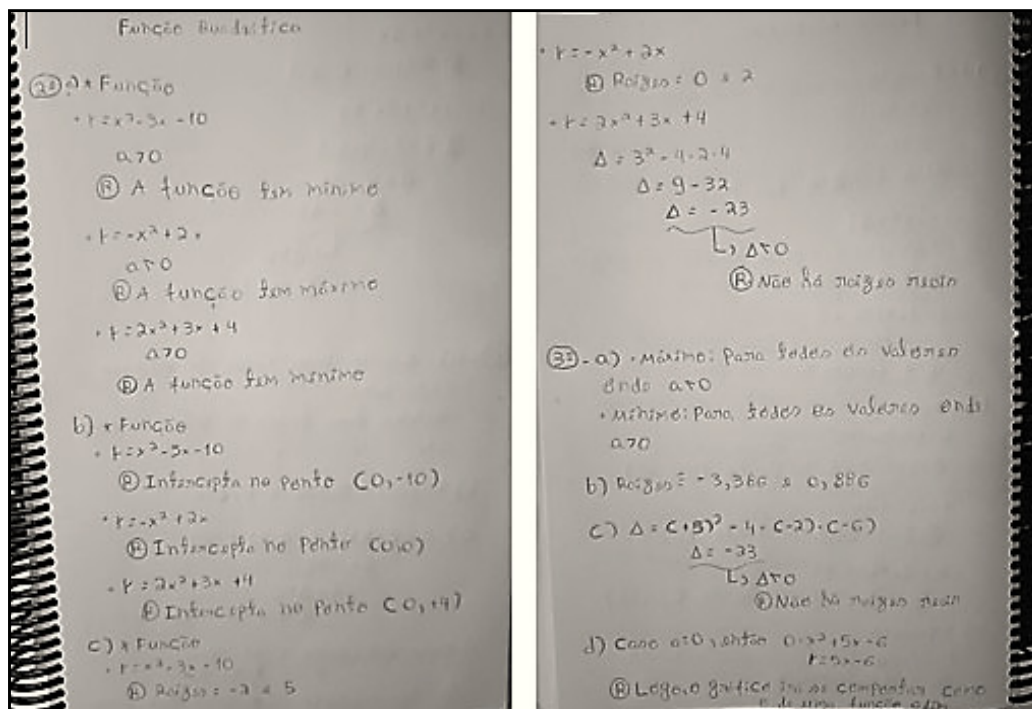
No item (d), os alunos tiveram que colocar como parâmetro $a = 0$ e logo concluíram, sem dificuldades, que o gráfico construído não era de uma parábola e sim de uma reta, logo, lembraram da definição da função quadrática.

As figuras 14 e 15 apresentam as resoluções da atividade de função quadrática realizada pelos alunos A e B, os quais foram quem mais perguntavam e tiravam dúvidas. Observando as resoluções, concluímos que ambos os alunos não tiveram dificuldade em analisar os gráficos das funções no aplicativo e concluir quais funções apresentavam máximo ou mínimo. Sendo que o aluno A teve a atenção de perceber, e escreveu na sua resolução, que quando $a > 0$ temos o mínimo da função e quando $a < 0$ o máximo.

Na mesma questão foi pedido o ponto em que a parábola interceptava o eixo y . O aluno A, analisando o gráfico no aplicativo, percebeu corretamente que o ponto era $(0,c)$, já o aluno B apenas escreveu o valor do coeficiente .

Também foi pedido na questão as raízes da função. Tanto o aluno A como o B, ao analisar os gráficos, observaram que a abscissa dos pontos da parábola, os quais interceptavam o eixo x , eram as raízes da função, e concluíram que se a parábola não possui pontos que interceptam o eixo x , então a função não tem raízes reais.

Figura 14 – Atividade sobre função quadrática realizada pelo aluno A



Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Resposta do Aluno A da atividade de função quadrática

Na última questão foi pedido para inserir uma função sendo o coeficiente o parâmetro. Os alunos A e B manipularam o controle deslizante do parâmetro, mas somente o aluno A conseguiu concluir que quando $a > 0$ função tem mínimo e que quando $a < 0$ tem máximo. Note que o aluno A fez os cálculos e chegou ao resultado de que $\Delta < 0$, e com isso concluiu que quando essa situação ocorre a função não possui raízes reais.

Na mesma questão, foi pedido para determinar as raízes, sendo dados valores para o coeficiente a . O aluno A observou que quando o $a = -2$ a parábola da função não intercepta o eixo x em nenhum ponto e com isso a função não possui raízes reais. E, por fim, foi pedido na questão para colocar $a = 0$, tanto o aluno A como o B chegaram à conclusão que, quando $a = 0$, o gráfico da função é uma reta.

Figura 15 – Atividade sobre função quadrática realizada pelo aluno B

1) $y = x^2 - 3x - 10$
 2) $y = -x^2 + 2x$
 3) $y = 2x^2 + 3x + 4$

1) MÍNIMO
 MÁXIMO
 MÍNIMO
 2) -10
 0
 +4
 3) -2 e 5
 2 e 0
 NÃO POSSUI RAÍZES REAIS

1) $\Delta > 0$ POSSUI MÍNIMO
 $\Delta < 0$ POSSUI MÁXIMO
 2) $y = 0x^2 + 5x - 6$
 $y = 2x^2 + 5x - 6$
 $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{93}}{4}$ $x_2 = \frac{-5 - \sqrt{93}}{4}$
 3) $y = -2x^2 + 5x - 6$
 $\Delta < 0$ NÃO POSSUI RAÍZES REAIS
 4) $y = 0x^2 + 5x - 6$
 $y = 5x - 6$
 (D) FUNÇÃO AFIM

Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Resposta do Aluno B da atividade de função quadrática

5.4.2 Utilizando a Resolução de Problemas

Segundo (BRASIL, 1997), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) preconiza a Resolução de Problemas como um dos caminhos para se fazer Matemática em sala de aula e define problema matemático como sendo “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la”.

O ensino por investigação é uma abordagem didática que possibilita que os estudantes construam, por meio do envolvimento no processo de resolução de problemas, entendimentos sobre conceitos matemáticos. A resolução de problemas é uma abordagem didática importante e fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno e para o ensino da Matemática.

Segundo Dante (1991, p.25),

“É possível por meio da resolução de problemas de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela.” (Dante, 1991, p.25).

A resolução de problemas é uma importante ferramenta para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pois cria no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se delimitando apenas a exercícios triviais e desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação.

Os alunos ao resolverem problemas podem descobrir fatos novos sendo motivados a encontrarem várias outras possibilidades de resolverem o mesmo problema. Com isso, irão despertar a curiosidade e o interesse pelos conhecimentos matemáticos e assim desenvolver a capacidade de solucionar as situações que lhes são propostas.

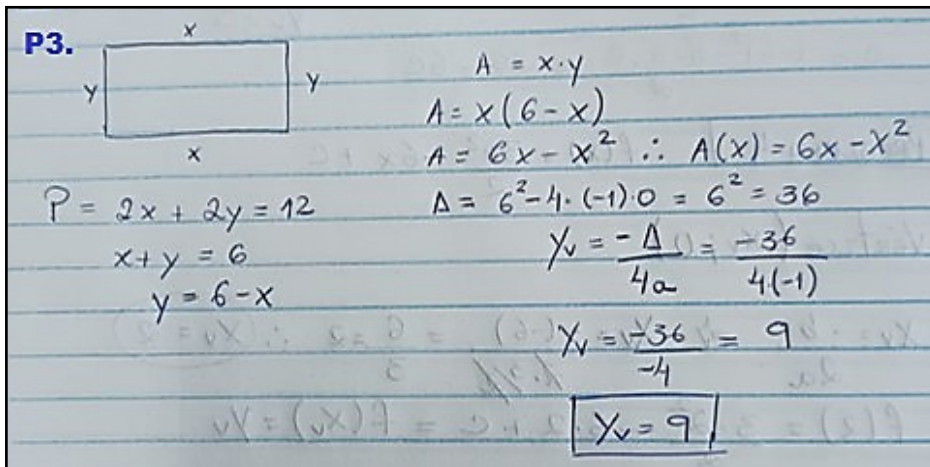
A seguir, iremos apresentar algumas situações problemas envolvendo função quadrática resolvidos pelos alunos em sala de aula. Tais problemas foram retirados do Material Estruturado, já citado anteriormente, e do ENEM.

Problema 1 (Exercício 4.3, Caderno 06 – Material Estruturado (LIRA et al., 2022))

Dentre todos os retângulos de perímetro 12 cm, encontre o que tem maior área.

Os saberes (tabela 2 – Seção 2.2) que os alunos devem se apropriar para a resolução do problema 3 são: o Saber 07 (compreender e medir grandezas geométricas de figuras geométricas planas) e o Saber 10 (resolver problemas envolvendo relações quadráticas e polinomiais entre variáveis).

Figura 16 – Resolução – Problema 1 – aluno C



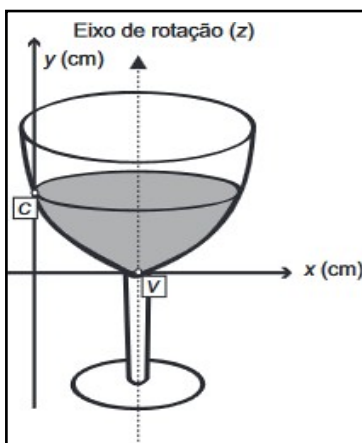
Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Resposta do Aluno C do Problema 1 de função quadrática

A figura 16 apresenta a solução do aluno C. Ele iniciou, corretamente, quando afirmou que o perímetro do retângulo poderia ser expressado por $2x + 2y = 12$ e, como isso, $y = 6 - x$. Em seguida, o aluno afirmou que a área da referida figura poderia ser expressada por $A(x) = 6x - x^2$. Finalizou o problema calculando o x_v , pois observou que $a < 0$, logo, a função $A(x)$ tem valor máximo, porém, não chegou no objetivo do problema, que era determinar os valores dos lados do retângulo. A função atinge o valor máximo $-\frac{\Delta}{4a}$ quando $x = -\frac{b}{2a}$.

Problema 2 (ENEM 2013, Questão 152, Caderno Azul) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo, conforme mostra a figura.

Figura 17 – Gráfico – Problema 2 – função quadrática



Fonte: (ENEM 2013)

A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V , na figura 20, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x . Nessas condições qual a altura em centímetros do líquido contido na taça?

O saber (tabela 2 – Seção 2.2) que os alunos devem se apropriar para a resolução do problema 4 é o Saber 10 (resolver problemas envolvendo relações quadráticas e polinomiais entre variáveis).

Figura 18 – Resolução – Problema 2 – aluno C

The image shows a student's handwritten solution on lined paper. The student identifies the vertex as $(x_v, 0)$. They use the formula $x_v = -\frac{b}{2a}$ with $b = -6$ and $a = \frac{3}{2}$ to find $x_v = 2$. Then, they substitute $x = 2$ into the function $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$ to get $f(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + C = f(x_v) = y_v$. This simplifies to $f(2) = 6 - 12 + C = C - 6$. Since the vertex is on the x-axis, $f(2) = y_v = 0$, leading to $C - 6 = 0$ and $C = 6$. The final conclusion is that the height of the liquid in the cup is 6 cm.

Fonte: Acervo particular dos autores (setembro de 2022)

Legenda: Resposta do Aluno C do Problema 2 de função quadrática

A figura 18 apresenta a solução do aluno C. Ele observou, corretamente, que o ponto em que a parábola intercepta o eixo x é $(X_v, 0)$, $f(X_v) = Y_v$, e $Y_v = 0$ como, e conseguiu determinar o valor de C , que é a altura do líquido contido na taça.

Uma outra forma de resolver esse problema era observar que a parábola intercepta o eixo x em um único ponto e com isso a função apresenta raízes reais iguais, o que nos diz que $\Delta = 0$.

6 RESULTADOS DA ABORDAGEM DIDÁTICA

Este capítulo destaca os resultados da abordagem didática aplicada para que possamos fazer comparações e interpretações.

A tabela 4 é de grande relevância, pois apresenta as médias do SPAECE do Colégio Estadual Liceu de Caucaia, o qual foi ambiente aonde as abordagens que serão citadas mais adiante neste trabalho foram desenvolvidas. Em 2022 aconteceu duas avaliações do SPAECE, uma no início do ano letivo, chamado de SPAECE Diagnóstico e outra no final do ano letivo. Percebe-se que houve um crescimento significativo de 10,5 pontos, com isso passamos do Padrão de Desempenho Muito Crítico para o Crítico, consequências de abordagens didáticas realizadas por meio dos professores. Vale ressaltar que entre essas duas avaliações foram desenvolvidas as abordagens didáticas, as quais estão presentes nesse trabalho.

Tabela 4 – Médias SPAECE – 3ª Série do Ensino Médio – Matemática

Ano	Média Ceará	Média Liceu	Padrão de Desempenho – Liceu
2017	269,1	255,6	Crítico
2018	272,5	254,9	Crítico
2019	274,6	258	Crítico
2022–Diagnóstico	265,5	248,2	Muito Crítico
2022	274,1	258,7	Crítico

Fonte: (CAED/UFRJ, 2023)

Legenda: Comparativo das médias em Matemática do SPAECE da 3ª Série do Ensino Médio

7 CONCLUSÕES

Com a pandemia da Covid-19, ocorreu o fechamento das escolas e a implementação do ensino remoto. Com isso, parece-nos que muitos alunos do Colégio Estadual Liceu de Caucaia não absorveram de forma concreta o conhecimento necessário para avançar nas suas séries. Pudemos perceber essa não fixação de conhecimentos básicos fazendo uma análise das avaliações externas presentes neste

trabalho, entre elas a Avaliação Diagnóstica do SISEDU, que foi aplicada com alunos da 3ª Série do Ensino Médio.

Além disso, ao analisarmos os resultados da Avaliação Diagnóstica do SISEDU no Colégio Estadual Liceu de Caucaia, identificamos que os alunos enfrentaram particular dificuldade com o tema das funções quadráticas. Diante disso, concluímos que uma estratégia eficaz para mitigar essas dificuldades seria adotar uma abordagem didática que permitisse aos alunos uma compreensão mais sólida desses conceitos.

Como abordagem didática, utilizamos o Software GeoGebra, para as exposições das aulas, e a Calculadora Gráfica GeoGebra, a qual os alunos utilizaram para resolver as atividades. Foi utilizado também, como abordagem didática, a resolução de problemas práticos desses assuntos, os quais foram retirados do Material Estruturado e do ENEM.

É fundamental que se compreenda também que o estudo da Matemática deve ser desenvolvido com métodos e técnicas que contribuam, de fato, para o processo de aprendizagem do aluno, sendo que esses métodos aplicados em sala de aula possam sempre levar em consideração a heterogeneidade e subjetividade de cada aluno. Desse modo, as aulas se tornam mais proveitosas e os alunos podem se interessar mais pelo conteúdo proposto.

Portanto, as abordagens didáticas presentes nesse trabalho foram importantes, pois trouxeram reflexões e aprendizados sobre como está o nível e as dificuldades dos alunos pós-pandemia. O professor de Matemática possui o papel de tentar apresentar essa disciplina, tão importante para o desenvolvimento da sociedade, de uma forma mais concreta, através de exposições mais dinâmicas e com resoluções de problemas que mostrem a sua aplicação no cotidiano do aluno.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. D. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

BRASIL, M. da E. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>.

BRASIL, M. da E. **Provas e Gabaritos – ENEM**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>.

CAED/UFJR. **Padrões de desempenho do spaece**. 2023. Disponível em: <https://spaece.caedu-fjf.net/resultados/>.

CODED/CED. **SISEDU**. 2022. Disponível em: <https://www.ced.seduc.ce.gov.br/sisedu/>.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 2ª ed., 1991.

LIMA, E. L. **Números e funções reais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.

LIMA, E. L. **Geometria analítica e álgebra Linear**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

LIRA, J.; PIMENTEL, F.; HOLANDA, B. **Material estruturado de matemática – funções afins e sistemas Lineares – cadernos 05 e 06**. Ceará: Programa Cientista-Chefe, 2022.

MUNIZ NETO, A. C. **Tópicos de Matemática Elementar, V.1. Números Reais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.

SANTALO, A. L. **Matemática para não-matemáticos**. In PARRA, C. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SEDUC-CE. **SPAECE**. 2022. Disponível em: <https://www.seduc.ce.gov.br/spaece/>.

SISEDU. **Lista de sa Neto, L. E. P. T., & Floriano da Silva, J. Função Quadrática: uma análise das Avaliações Externas (SPAECE e SISEDU) do Estado do Ceará, para uma abordagem didática no ensino dessa função**. *Ciência E Natura*. <https://doi.org/10.5902/2179460X87954beres>. 2022. Disponível em: <https://sisedu.seduc.ce.gov.br/>.

SOUZA, A.G.M. **A Avaliação Externa e seus efeitos na educação**, 29 de setembro de 2016. Disponível em: <https://pt.linkedin.com/pulse/avalia%C3%A7%C3%A3o-externa-e-seus-efeitos-na-educa%C3%A7%C3%A3o-andr%C3%A9-mariano>. Acesso em: 10 de nov. de 2022.

Contribuição de autoria

1 – Luiz Edson Pinheiro Távora Neto

Secretaria de Educação do Ceará - SEDUC

<https://orcid.org/0009-0001-1382-3204> • luizedson23@hotmail.com

Contribuição: Conceituação, Análise formal, Investigação, Escrita – primeira redação, Escrita – revisão e edição

2 –Jonatan Floriano da Silva

Universidade Federal do Ceará

<https://orcid.org/0000-0003-1885-4947> • jonatanfloriano@mat.ufc.br

Contribuição: Conceituação, Análise formal, Investigação, Escrita – primeira redação, Escrita – revisão e edição

Como citar este artigo

TÁVORA NETO, L. E. P., & SILVA, J. F. da. Função quadrática: uma análise das avaliações externas (SPAECE e SISEDU) do Estado do Ceará, para uma abordagem didática no ensino dessa função. **Ciência e Natura**. Santa Maria, v 46, e87954, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.5902/2179460X87954>.