

## Avaliação de Algoritmos de Otimização e Funções Objetivo para Calibração Automática do Modelo Chuva-Vazão Tank Model

### Evaluation of Optimization Algorithms and Objective Functions for Automatic Calibration of the Rainfall-Runoff Tank Model

Alcigeimes B Celeste<sup>1</sup>, Vanessa Silva Chaves

<sup>1</sup>Professor, Dep. Eng. Civil Universidade Federal de Sergipe, Brasil

#### Resumo

Registros hidrológicos apresentam, muitas vezes, falhas ou períodos curtos de medição. Uma vez que séries pluviométricas são tipicamente mais longas do que as fluviométricas, modelos chuva-deflúvio são frequentemente utilizados para preencher falhas e alongar séries de vazão a partir de dados de precipitação. O Tank Model é um modelo chuva-vazão simples, em que tanques alinhados verticalmente representam os extratos do solo e necessita, apenas, de dados de chuva, vazão e evapotranspiração para sua calibração. Este trabalho aplica combinações de sete algoritmos de otimização matemática e de oito funções objetivo (que guiam a otimização) para a calibração automática dos parâmetros do Tank Model. A área de estudo é a bacia hidrográfica do rio Japaratuba, localizada no estado de Sergipe. Os resultados são comparados com os de pesquisa anterior que utilizou uma única combinação de otimizador e função objetivo para calibrar o modelo. O desempenho do Tank Model é confrontado também com o do modelo conceitual MODHAC, aplicado nos estudos de elaboração do Plano Estadual de Recursos Hídricos do estado de Sergipe. Os resultados encontrados indicam ajustes bastante satisfatórios entre vazões observadas e simuladas.

**Palavras-chave:** Modelagem chuva-vazão, Tank Model, otimização.

#### Abstract

Hydrological records often have failures or short measurement periods. Since rainfall data are typically longer than streamflow series, rainfall-runoff models are often used to fill gaps and lengthen streamflow records from rainfall series. The Tank Model is a simple rainfall-runoff model in which vertically aligned tanks represent the extracts of soil. Only rainfall, runoff and evapotranspiration data are needed for its calibration. This study applies combinations of seven mathematical optimization algorithms and eight types of objective functions (which guide the optimization) for the automatic calibration of the Tank Model parameters. The study area is the Japaratuba catchment, located in the state of Sergipe, Brazil. The results are compared with those of a previous study that used a unique combination of optimizer and objective function to calibrate the model. The performance of the Tank Model is also confronted with the one from conceptual model MODHAC used in studies for the Sergipe State Water Resources Plan. The results indicate satisfactory fit between observed and simulated flows.

**Keywords:** Rainfall-runoff modeling, Tank Model, optimization.

## 1 Introdução

A disponibilidade de dados hidrológicos, particularmente pluviométricos e fluviométricos, é de fundamental importância para o planejamento e manejo eficientes e sustentáveis de sistemas de recursos hídricos. Entretanto, em algumas regiões, como no Nordeste brasileiro, é comum os registros históricos apresentarem períodos curtos de medição e falhas, i.e., períodos sem informações ou com dados incorretos ou duvidosos. Isso é consequência, por exemplo, de equipamentos danificados ou por falta de monitoramento. Tipicamente, as séries de vazões apresentam maiores problemas. Segundo Tucci (1998), devido a facilidade de operação e custo, é normal existirem séries mais longas de precipitação do que de vazão.

Uma das formas de preencher falhas e alongar séries fluviométricas curtas é recorrer a mecanismos que relacionam os dados de vazão com os de precipitação, i.e., os chamados modelos chuva-vazão. Dois dos inúmeros modelos computacionais mais conhecidos são o pioneiro *stanford watershed model*, desenvolvido na Universidade de Stanford (EUA), e o SSARR (*streamflow synthesis and reservoir regulation*), do Corpo de Engenheiros do Exército Americano (Beven, 2011). No Brasil, também já foram concebidos vários modelos com o mesmo propósito, como o SMAP (*soil moisture accounting procedure*) (Lopes et al., 1982), o MOHTSAR (modelo hidrológico para o trópico semi-árido) (Filho e Lanna, 1986) e o MODHAC (modelo hidrológico auto-calibrável) (Viegas Filho et al., 1999).

Outro modelo bastante conhecido por sua simplicidade é o japonês *Tank Model* (Sugawara, 1995). Este representa o sistema hidrológico por uma sucessão de tanques alinhados verticalmente, representando os diversos extratos do solo com as respectivas propriedades de retenção e transferência d'água (Silva, 1993). Uma vantagem do Tank Model é não precisar de informações mais elaboradas sobre a bacia em estudo tais como propriedades do solo, vegetação, etc. Os dados necessários são apenas precipitação, evapotranspiração e deflúvio, sendo, portanto, um modelo relativamente simples em comparação com os demais. A calibração dos parâmetros do Tank Model é geralmente conduzida através de otimização matemática.

Este trabalho teve como objetivo principal a aplicação e comparação de várias metodologias de otimização matemática para a calibração automática do Tank Model a fim de modelar o processo chuva-vazão na bacia hidrográfica do rio Japarutuba, em Sergipe. A meta foi analisar diferentes algoritmos otimizadores e funções objetivo (que guiam a calibração) para o ajuste automático dos parâmetros do modelo de forma a identificar a melhor combinação. Os resultados foram confrontados com

os obtidos no trabalho de Menezes (2013) que também utilizou o Tank Model, porém com uma combinação única de otimizador e função objetivo e com os dados gerados pelo MODHAC em estudo realizado pela Secretaria de Estado de Meio Ambiente e Recursos Hídricos de Sergipe (SEMARH-SE) para elaboração do Plano Estadual de Recursos Hídricos (PERH-SE) (SEMARH-SE, 2010).

## 2 Metodologia

### 2.1 Descrição do Tank Model

O princípio do Tank Model é substituir a bacia de drenagem por um conjunto de tanques alinhados verticalmente que possuem orifícios laterais e de fundo a partir dos quais a água é descarregada. As descargas laterais representam os escoamentos superficial, sub-superficial e subterrâneo. As descargas de fundo representam infiltração e percolação (Figura 1).

A precipitação  $P$  é adicionada ao tanque superior e a evapotranspiração  $ET$  é subtraída de todos os tanques. A vazão lateral  $q$  de cada um dos tanques é assumida proporcional à altura d'água a partir da posição  $h$  do orifício lateral em relação ao fundo do tanque:

$$q = \alpha(X - h)$$

onde  $X$  é o nível de água em relação ao fundo e  $\alpha$  é a constante de proporcionalidade.

A percolação  $z$  também é proporcional ao nível  $X$ , sendo  $\beta$  a constante de proporcionalidade:

$$z = \beta X$$

Este trabalho utilizou a configuração final da Figura 1, com quatro tanques em série, em que o tanque superior possui dois orifícios laterais, os dois tanques seguintes possuem apenas um orifício lateral, e o tanque inferior não apresenta orifício de fundo (i.e., percolação profunda) nem seu orifício lateral possui altura em relação ao fundo.

A soma das vazões de todos os orifícios laterais dos tanques equivale à descarga  $Q$  a ser calculada que, neste caso, é:

$$Q = \sum_{i=1}^5 q_i$$

### 2.2 Calibração do Tank Model

Quando o Tank Model foi desenvolvido e começou a ser utilizado, a calibração de seus parâmetros era realizada de forma manual por tentativa-e-erro, uma tarefa bastante trabalhosa por causa da estrutura não linear do modelo. Hoje, o ajuste manual deu lugar às técnicas

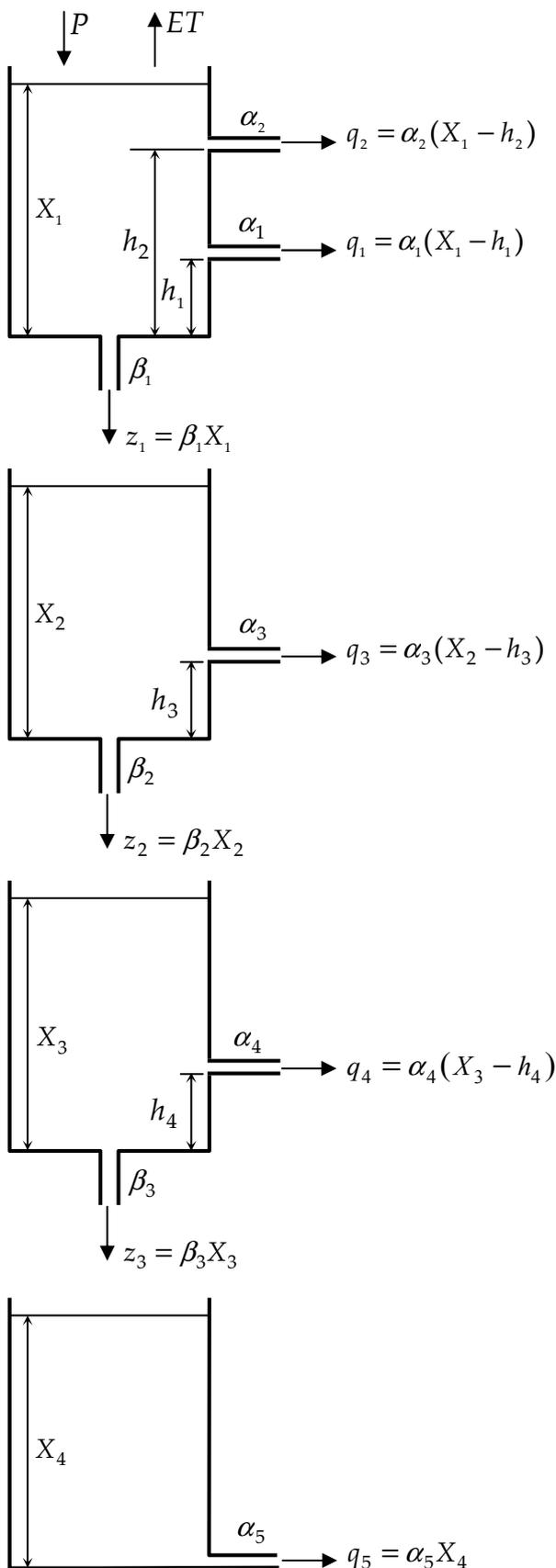


Figura 1: Configuração do Tank Model utilizado.

matemáticas de otimização que permitem a calibração automática desses parâmetros, facilitando seu uso.

Otimização é a busca do valor de uma variável ou de múltiplas variáveis, que proporcionam o melhor resultado para uma função dependente destas variáveis, representando o objetivo desejado e, portanto, chamada de função objetivo (Tucci, 1998).

A escolha da função objetivo e do algoritmo de otimização (otimizador) tem um papel determinante para o desempenho do modelo. Este trabalho testou oito tipos de funções objetivo e sete algoritmos de otimização diferentes com o intuito de verificar a combinação mais eficiente. As duas próximas seções detalham as funções e otimizadores testados.

### 2.2.1 Funções Objetivo

Para modelos chuva-vazão o objetivo é aproximar ao máximo os valores de deflúvio calculados e observados, ou seja, a função objetivo deve minimizar a diferença entre eles. As funções testadas neste trabalho são descritas a seguir.

#### Critério de Nash-Sutcliffe:

A eficiência  $E$  de Nash-Sutcliffe (Nash e Sutcliffe, 1970) é calculada por:

$$E = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (Q_{\text{obs}}(t) - Q_{\text{sim}}(t))^2}{\sum_{t=1}^T (Q_{\text{obs}}(t) - \bar{Q}_{\text{obs}})^2} \quad (1)$$

em que  $Q_{\text{obs}}(t)$  e  $Q_{\text{sim}}(t)$  são, respectivamente, as vazões observadas e simuladas no período  $t$ , e  $\bar{Q}_{\text{obs}}$  é a vazão observada média ao longo do horizonte  $t = 1, \dots, T$ .

A eficiência de Nash-Sutcliffe pode variar de  $-\infty$  a 1. Uma eficiência de  $E = 1$  corresponde a um ajuste perfeito da descarga modelada aos dados observados. Uma eficiência de  $E = 0$  indica que as previsões do modelo são tão precisas quanto a média dos dados observados, enquanto que uma eficiência inferior a zero ocorre quando a média observada é um indicador melhor do que o modelo.

#### Soma dos Quadrados dos Erros:

A soma dos quadrados dos erros (*SSE: sum of squared errors*) é calculada por:

$$SSE = \sum_{t=1}^T (Q_{\text{obs}}(t) - Q_{\text{sim}}(t))^2$$

A *SSE* dá um peso maior para vazões maiores. Para um período contínuo a tendência será um melhor ajuste das enchentes (Tucci, 1998). Por exemplo, se  $Q_{\text{obs}} = 1 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $Q_{\text{sim}} = 2 \text{ m}^3/\text{s}$  (diferença entre vazões de 100%),  $SSE = 1$ . Por outro lado, se  $Q_{\text{obs}} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$

e  $Q_{sim} = 110 \text{ m}^3/\text{s}$  (diferença entre vazões de 10%),  $SSE = 100$ . Portanto, o modelo priorizará o ajuste dos valores maiores para que a diferença quadrática entre eles torne-se menor. Quanto mais próximo de zero resultar a soma dos quadrados dos erros, mais preciso é o modelo.

### Raiz do Erro Quadrático Médio:

O chamado erro quadrático médio (*MSE: mean square error*) representa a média dos quadrados dos erros e é calculado dividindo-se *SSE* pelo período total  $T$ . Da mesma forma que o *SSE*, é sempre positivo e um valor de  $MSE = 0$  indica ajuste perfeito. A raiz quadrada do *MSE*, ou raiz do erro quadrático médio (*RMSE: root mean square error*) é comumente usada para expressar a acurácia dos resultados numéricos com a vantagem de que *RMSE* apresenta valores do erro nas mesmas dimensões da variável analisada. O *RMSE* é calculado por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Q_{obs}(t) - Q_{sim}(t))^2}$$

### Erro Médio (*bias*):

O erro médio, também chamado de tendência ou ainda de viés (*bias*), é calculado por:

$$bias = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Q_{obs}(t) - Q_{sim}(t))$$

Apesar de fornecer uma ideia da tendência ou erro sistemático, o *bias* é afetado pelo fato de que erros individuais positivos e negativos de mesma magnitude se cancelam no somatório, o que geralmente leva à subestimação do erro (Hallak e Pereira Filho, 2011).

### Raiz da Média da Diferença Quadrática em Relação ao *bias*:

É basicamente o *RMSE* calculado retirando-se o *bias* das diferenças:

$$\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Q_{obs}(t) - Q_{sim}(t) - bias)^2}$$

### Soma das Raízes Quadradas:

Calculada como o somatório das raízes quadradas dos valores absolutos das diferenças entre vazões observadas e simuladas:

$$\sum_{t=1}^T \sqrt{|Q_{obs}(t) - Q_{sim}(t)|}$$

### Soma dos Quadrados das Diferenças entre Raízes Quadradas:

Calculada como o somatório dos quadrados das diferenças entre as raízes quadradas das vazões observadas e simuladas:

$$\sum_{t=1}^T \left( \sqrt{Q_{obs}(t)} - \sqrt{Q_{sim}(t)} \right)^2$$

### Soma dos Valores Absolutos das Diferenças Logarítmicas:

Calculada como o somatório dos valores absolutos das diferenças entre os logaritmos das vazões observadas e simuladas:

$$\sum_{t=1}^T | \log Q_{obs}(t) - \log Q_{sim}(t) |$$

## 2.2.2 Métodos de Otimização

Em geral, as ferramentas de otimização matemática se dividem em métodos de otimização local e métodos de otimização global. Os primeiros garantem pelo menos uma solução ótima local (que pode ser global) e possuem, geralmente, processamento computacional rápido. Os segundos convergem para um ótimo global mas necessitam de muito mais tempo de processamento. Os métodos de otimização utilizados nesta pesquisa são descritos a seguir.

### Algoritmo Genético:

Algoritmos genéticos aplicam regras heurísticas na busca do mínimo global de funções objetivo em problemas de otimização. Eles imitam o processo evolutivo de Darwin implementando uma estratégia de "sobrevivência dos mais aptos". Em princípio, a busca começa com um conjunto inicial de soluções aleatórias chamado *população*. Indivíduos denominados *cromossomos* compõem a população. Cada cromossomo representa uma solução potencial para o problema e é descrito por uma cadeia de símbolos (geralmente, mas não necessariamente, uma cadeia de números binários 0 e 1). Cada solução é avaliada fornecendo uma medida de *aptidão*. Em seguida, uma nova população é formada pela seleção dos indivíduos mais aptos. Alguns membros dessa nova população se submetem a transformações por meio de operadores genéticos (*crossover* e *mutação*) para formar novas soluções, chamadas de *prole*. Depois de sucessivas iterações, ou *gerações*, o algoritmo converge para o melhor cromossomo, o qual é esperado representar a solução ótima para o problema. Em geral, os indivíduos mais aptos tendem a se reproduzir para a próxima geração, desse modo melhorando as gerações sucessivas. Contudo, indivíduos

inferiores podem, por acaso, sobreviver e também se reproduzir (Celeste et al., 2001).

### Busca Aleatória Uniforme:

A busca aleatória uniforme (*uniform random search*) baseia-se na definição de um intervalo de variação para cada variável  $\theta$  do modelo:

$$\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$$

Gerando  $N$  números aleatórios uniformemente distribuídos é possível determinar  $N$  valores da função objetivo. O menor valor é adotado como o mínimo global. Considerando que  $N$  é muito grande a solução é próxima do ótimo (Tucci, 1998).

### Busca Padrão:

A busca padrão (*pattern search*) é um método de pesquisa muito simples com a vantagem de ser rápido mas a desvantagem de poder encontrar ótimos locais ao invés de globais. Isso é particularmente o caso quando os problemas são altamente não lineares. O problema dos ótimos locais pode ser mitigado com o uso de *multi-start* (vários pontos iniciais de busca). A busca começa com um valor inicial e um incremento de busca. A cada iteração, o algoritmo verifica um conjunto de pontos formados pelo ponto atual multiplicado pelo incremento de busca em várias direções. A seguir, a função objetivo é avaliada em cada um dos pontos gerados. Se for encontrado um ponto para o qual a função objetivo melhorou, este ponto torna-se o ponto atual para a próxima iteração.

### Método de Rosenbrock:

O método de Rosenbrock é um método de busca local semelhante ao método da busca padrão com melhorias que fazem com que a busca não pare em um ponto que não seja de mínimo (Mateus e Luna, 1986). Assim como a busca padrão, para encontrar o ótimo global, pode-se adicionar o *multi-start* à busca.

### Evolução de Complexos Misturados:

O algoritmo *Shuffled Complex Evolution – University of Arizona* (SCE-UA) desenvolvido por Duan et al. (1994) é um algoritmo de otimização global desenvolvido para lidar com vários problemas encontrados na calibração de modelos não lineares, particularmente com a multimodalidade das funções objetivo de modelos chuva-vazão conceituais. O método combina a estratégia de otimização determinística de Nelder-Mead (*downhill simplex method*) com a estocástica dos algoritmos genéticos.

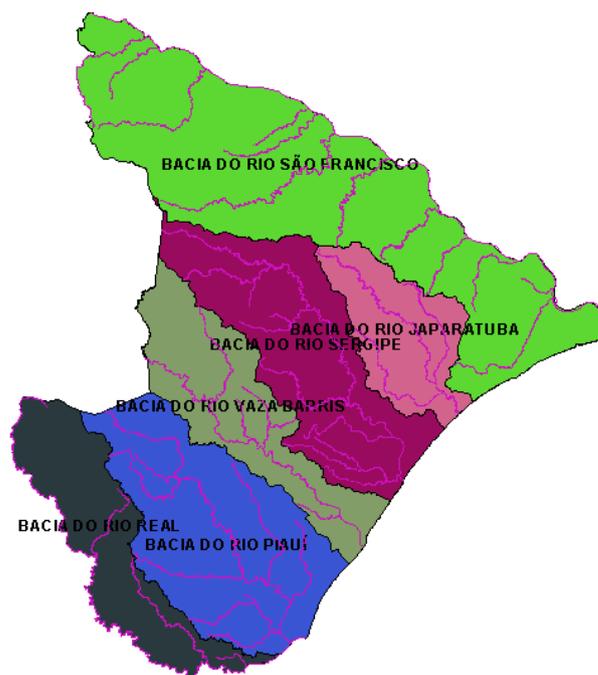


Figura 2: Bacias hidrográficas do estado de Sergipe. Fonte: Atlas Digital Sobre Recursos Hídricos de Sergipe (SEMARH-SE, 2012).

## 2.3 Área de Estudo

A área de estudo utilizada foi a bacia hidrográfica do rio Japarutuba, em Sergipe (Figura 2), que possui boa disponibilidade de dados. A bacia tem uma área de drenagem de 1.735 km<sup>2</sup>, equivalentes a 7,65% do território estadual e abrange 20 municípios, com população urbana e rural de 122.879 e 79.052 habitantes, respectivamente. A bacia é constituída pelo rio que lhe empresta o nome e tem como principais afluentes os rios Japarutuba Mirim, Lagartixo, Siriri, Cancelo e Riacho do Prata. Nascendo na Serra da Boa Vista e desaguardo no Oceano Atlântico, a bacia possui planície aluvial muito larga, onde se desenvolve o cultivo da cana de açúcar. As principais atividades, em termos econômicos, são a exploração do petróleo, gás natural, sal gema, potássio, calcário, magnésio, turfa e areia, além da irrigação e expansão da cultura da cana de açúcar, também o turismo e lazer, pesca e abastecimento humano e animal (SEMARH-SE, 2013).

O talvegue principal é rio Japarutuba, que possui extensão de 113,21 km e nasce em Feira Nova, município de Sergipe (SEMARH-SE, 2010). A bacia localiza-se entre os paralelos 10°13' e 10°47' de latitude sul e os meridianos 36°49' e 37°19' de longitude oeste. Segundo a classificação climática de Köppen, há a predominância do clima tropical com estação seca de verão, com período chuvoso compreendido entre abril e agosto, concentrado nos meses de maio, junho e julho. A precipitação na

bacia apresenta valores anuais médios de 1.270 mm, com cerca de 900 mm/ano na sua porção noroeste e 1.500 mm/ano junto à sua foz (Cruz, 2010).

O posto de Japarutuba é a mais antiga estação fluviométrica da bacia e possui área de drenagem de 735,48 km<sup>2</sup>. Foi instalado em 1943 pelo Departamento Nacional de Obras Contra as Secas (DNOCS) e hoje está sob responsabilidade da Agência Nacional de Águas (ANA). Por possuir o maior período de observação, este posto (código ANA: 50040000) foi selecionado para a calibração e simulação do modelo chuva-deflúvio MODHAC no estudo realizado pelo PERH-SE (SEMARH-SE, 2010), que obteve melhores resultados quando os dados do posto fluviométrico de Japarutuba foram correlacionados com os do posto pluviométrico de Capela (código ANA: 1037009).

A combinação dos postos de chuva-vazão Capela-Japarutuba também foi usada no presente estudo. Os dados pluviométricos, fluviométricos e de evapotranspiração necessários foram extraídos do PERH-SE e do HidroWeb – Sistema de Informações Hidrológicas da ANA ([hidroweb.ana.gov.br](http://hidroweb.ana.gov.br)).

## 2.4 Procedimento Metodológico

Para a aplicação do Tank Model, utilizou-se o software computacional conhecido como *Rainfall Runoff Library* (RRL). O RRL (Podger, 2004) é um software para modelagem do processo chuva-vazão de fácil instalação e manuseio que dispõe de cinco modelos hidrológicos incluindo o Tank Model. No RRL, a configuração de tanques utilizada é a mostrada na Figura 1.

O período de simulação escolhido, em escala diária, foi de 1.º de janeiro de 1969 a 31 de dezembro de 1979 por apresentar maior consistência nos dados. Depois de informados os dados de entrada (chuva, vazão e evapotranspiração), o programa oferece a opção de escolher os períodos de calibração e validação. Foi utilizado um período de calibração de cinco anos (1.º de janeiro de 1969 a 31 de dezembro de 1973) e, conseqüentemente, um período de validação de seis anos (1.º de janeiro de 1974 a 31 de dezembro de 1979) (Figura 3).

Para calibração dos parâmetros do modelo, o programa dispõe de oito opções de funções objetivo e sete opções de otimizadores, nomeadamente os descritos na seção 2.2.2 (ambos os otimizadores busca padrão e método de Rosenbrock possuem a opção de *multi-start* além da versão sem *multi-start*).

Com estas quinze opções diferentes, foram conduzidas diversas simulações combinando todas as funções e otimizadores. As simulações utilizam um ponto de partida para realizar a busca do ótimo, que representa valores iniciais para os parâmetros do Tank Model. Para uma comparação justa, foi utilizado o mesmo ponto inicial empregado no trabalho de Menezes (2013).

O desempenho das calibrações foi medido pelo coeficiente de correlação de Pearson (Naghetini e Pinto, 2007) e pelo coeficiente de eficiência de Nash-Sutcliffe, este último dado por (1).

Como saída, o RRL fornece a série de vazões simuladas, os coeficientes de correlação e eficiência, os valores dos parâmetros encontrados, os gráficos de dispersão das vazões diárias e mensais e os gráficos de comparação entre os valores de vazão observados e simulados.

## 3 Resultados e Discussão

A Tabela 1 apresenta os índices de desempenho (correlação de Pearson e eficiência de Nash-Sutcliffe) para todas as simulações realizadas. Como pode ser observado, alguns otimizadores e funções objetivo, por serem muito simples, apresentaram resultados muito distantes do ideal, ou seja, forneceram coeficiente de eficiência muito longe de 1 e podem ter a maioria dos seus resultados desprezados, como é o caso do otimizador busca aleatória uniforme e as funções objetivos erro médio (*bias*) e soma dos valores absolutos das diferenças logarítmicas.

Dentre todas as simulações, as menores eficiências de calibração e validação mensais ocorreram no arranjo com a busca aleatória uniforme e a soma das raízes quadradas (-29,45 e -13,27 de eficiências mensais na calibração e validação, respectivamente).

Com exceção da busca aleatória uniforme, todos os otimizadores apresentaram bons resultados para determinadas funções, com destaque para a combinação entre o método de Rosenbrock e a soma dos quadrados dos erros (0,86 e 0,75 de eficiências mensais na calibração e validação, respectivamente).

As funções objetivo critério de Nash-Sutcliffe, soma dos quadrados dos erros e raiz do erro quadrático médio mostraram bons resultados para todos os otimizadores, exceto para a busca aleatória uniforme.

O melhor ajuste aconteceu com a combinação entre o método de Rosenbrock com *multi-start* e o critério de Nash-Sutcliffe. Nesta combinação, foram encontrados os valores de 75% e 86% de eficiência na calibração diária e mensal, respectivamente. Para o período de validação, os resultados encontrados foram de 65% e 75% de eficiência diária e mensal, respectivamente. Para a correlação, esta combinação também apresentou bons resultados: 86% para a correlação da calibração diária e 87% para a correlação da validação diária. Os parâmetros ajustados por essa combinação são mostrados na Tabela 2. A Figura 4 apresenta, para esta combinação, o gráfico comparativo entre vazões diárias observadas e calculadas para todo o horizonte de simulação.

Com o intuito de avaliar o desempenho do Tank Model calibrado pelo RRL, do Tank Model calibrado no trabalho de Menezes (2013), e do modelo MODHAC

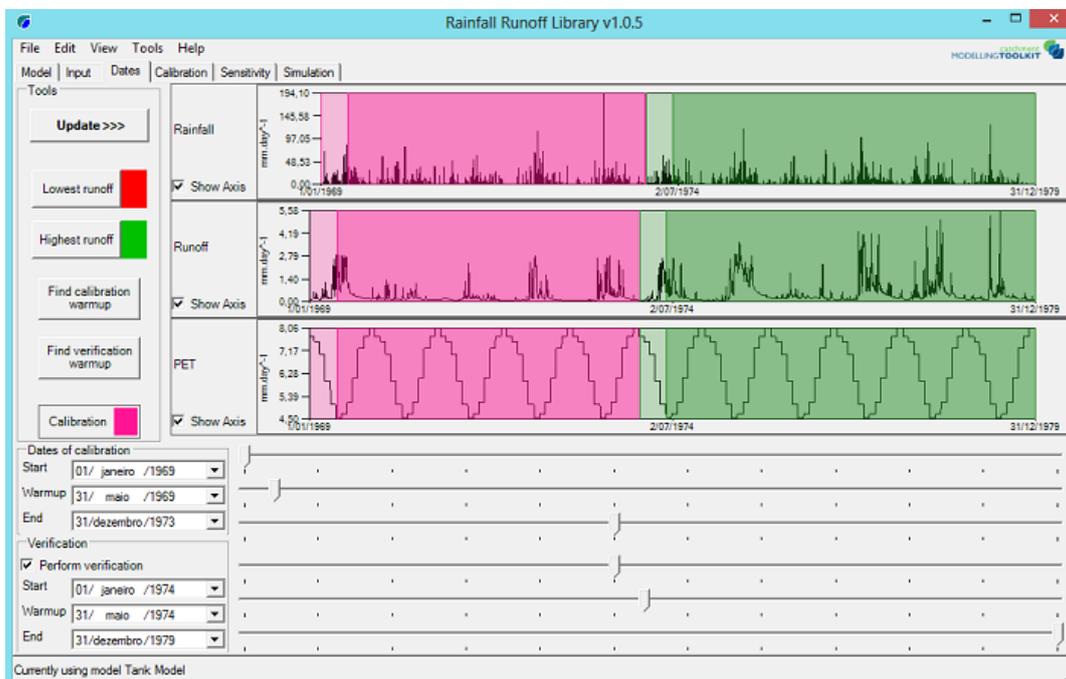


Figura 3: Captura de tela do software RRL mostrando escolha dos períodos de calibração e validação.

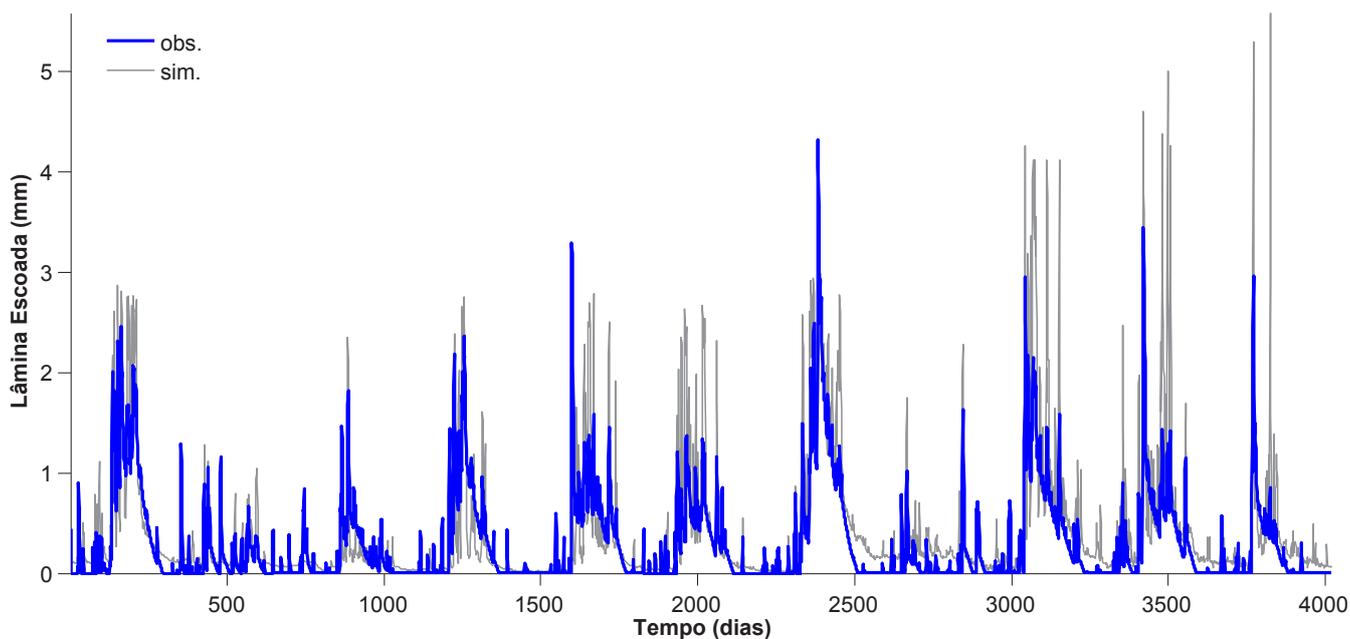


Figura 4: Comparação entre vazões diárias utilizando a melhor combinação entre otimizador (método de Rosenbrock com *multi-start*) e função objetivo (critério de Nash-Sutcliffe).

Tabela 1: Índices de desempenho para cada combinação entre otimizador e função objetivo.

Otimizador	Função Objetivo	Eficiência Calibração Diária	Correlação Calibração Diária	Eficiência Validação Diária	Correlação Validação Diária	Eficiência Calibração Mensal	Eficiência Validação Mensal
Algoritmo Genético	Critério de Nash-Sutcliffe	0,73	0,86	0,61	0,86	0,84	0,69
	Soma dos Quadrados dos Erros	0,72	0,85	0,63	0,86	0,86	0,73
	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	0,72	0,85	0,63	0,85	0,86	0,73
	Raiz da Média da Diferença Quadrática em Relação ao <i>bias</i>	0,66	0,85	0,53	0,82	0,80	0,56
	Erro Médio ( <i>bias</i> )	-0,78	0,39	-0,18	0,49	0,12	0,34
	Soma da Raízes Quadradas	-68,90	0,54	-36,54	0,55	-13,10	-8,76
	Soma dos Quadrados das Diferenças entre Raízes Quadradas	0,68	0,83	0,53	0,81	0,80	0,61
	Soma dos Valores Absolutos das Diferenças Logarítmicas	-60,18	0,57	-32,85	0,58	-13,80	-9,04
Busca Aleatória Uniforme	Critério de Nash-Sutcliffe	-10,99	0,73	-5,24	0,76	-9,16	-4,56
	Soma dos Quadrados dos Erros	-10,87	0,77	-4,19	0,79	-12,68	-5,79
	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	-15,56	0,47	-6,49	0,53	-5,08	-2,36
	Raiz da Média da Diferença Quadrática em Relação ao <i>bias</i>	-15,13	0,65	-6,32	0,70	-18,63	-8,21
	Erro Médio ( <i>bias</i> )	-26,37	0,55	-12,61	0,59	-5,96	-2,82
	Soma da Raízes Quadradas	-29,45	0,44	-13,27	0,49	-29,45	-13,27
	Soma dos Quadrados das Diferenças entre Raízes Quadradas	-38,14	0,32	-16,57	0,38	-3,77	-2,07
	Soma dos Valores Absolutos das Diferenças Logarítmicas	-71,33	0,37	-34,20	0,41	-6,12	-4,16
Busca Padrão	Critério de Nash-Sutcliffe	0,63	0,79	0,54	0,81	0,73	0,57
	Soma dos Quadrados dos Erros	0,70	0,85	0,56	0,83	0,80	0,61
	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	0,51	0,82	0,64	0,81	0,60	0,74
	Raiz da Média da Diferença Quadrática em Relação ao <i>bias</i>	-7,56	0,81	-2,94	0,77	-12,73	-5,53
	Erro Médio ( <i>bias</i> )	0,17	0,70	0,19	0,64	0,42	0,33
	Soma da Raízes Quadradas	-141,99	0,37	-66,14	0,41	-16,29	-9,77
	Soma dos Quadrados das Diferenças entre Raízes Quadradas	-0,30	0,17	-0,45	0,01	-0,48	-0,79
	Soma dos Valores Absolutos das Diferenças Logarítmicas	-158,02	0,37	-72,64	0,41	-21,42	-12,38
Busca Padrão com Multi-Start	Critério de Nash-Sutcliffe	0,14	0,61	0,42	0,70	0,40	0,71
	Soma dos Quadrados dos Erros	0,59	0,80	0,44	0,76	0,75	0,51
	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	0,65	0,81	0,56	0,77	0,76	0,68
	Raiz da Média da Diferença Quadrática em Relação ao <i>bias</i>	-2,10	0,78	-0,49	0,72	-3,70	-1,12
	Erro Médio ( <i>bias</i> )	-0,30	0,40	0,07	0,48	0,18	0,29
	Soma da Raízes Quadradas	0,67	0,82	0,56	0,81	0,79	0,64
	Soma dos Quadrados das Diferenças entre Raízes Quadradas	0,69	0,84	0,54	0,81	0,82	0,64
	Soma dos Valores Absolutos das Diferenças Logarítmicas	-116,74	0,45	-57,19	0,48	-20,76	-11,86
Método de Rosenbrock	Critério de Nash-Sutcliffe	0,74	0,86	0,64	0,87	0,86	0,74
	Soma dos Quadrados dos Erros	0,74	0,86	0,65	0,87	0,86	0,75
	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	0,74	0,86	0,65	0,87	0,86	0,75
	Raiz da Média da Diferença Quadrática em Relação ao <i>bias</i>	-1,72	0,83	-0,21	0,78	-3,14	-0,73
	Erro Médio ( <i>bias</i> )	-0,23	0,56	-0,09	0,51	-0,09	-0,01
	Soma da Raízes Quadradas	-50,04	0,33	-24,32	0,39	-2,54	-2,29
	Soma dos Quadrados das Diferenças entre Raízes Quadradas	0,69	0,84	0,52	0,81	0,81	0,60
	Soma dos Valores Absolutos das Diferenças Logarítmicas	0,66	0,82	0,55	0,80	0,78	0,60
Método de Rosenbrock com Multi-Start	Critério de Nash-Sutcliffe	0,75	0,86	0,65	0,87	0,86	0,75
	Soma dos Quadrados dos Erros	0,74	0,86	0,65	0,87	0,86	0,75
	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	0,74	0,86	0,65	0,87	0,86	0,75
	Raiz da Média da Diferença Quadrática em Relação ao <i>bias</i>	-1,70	0,83	-0,21	0,78	-3,11	-0,72
	Erro Médio ( <i>bias</i> )	-3,03	0,64	-2,01	0,64	-0,31	-0,66
	Soma da Raízes Quadradas	0,11	0,64	-0,06	0,63	0,17	-0,12
	Soma dos Quadrados das Diferenças entre Raízes Quadradas	0,69	0,84	0,55	0,84	0,81	0,62
	Soma dos Valores Absolutos das Diferenças Logarítmicas	0,63	0,79	0,54	0,81	0,73	0,57
SCE-UA	Critério de Nash-Sutcliffe	0,61	0,81	0,59	0,77	0,70	0,71
	Soma dos Quadrados dos Erros	0,71	0,84	0,60	0,83	0,84	0,71
	Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	0,67	0,82	0,56	0,80	0,82	0,68
	Raiz da Média da Diferença Quadrática em Relação ao <i>bias</i>	-1,21	0,83	-0,02	0,77	-2,29	-0,37
	Erro Médio ( <i>bias</i> )	-15,13	0,40	-8,65	0,46	-0,95	-0,94
	Soma da Raízes Quadradas	0,36	0,67	0,17	0,63	0,46	0,18
	Soma dos Quadrados das Diferenças entre Raízes Quadradas	0,58	0,77	0,38	0,67	0,82	0,55
	Soma dos Valores Absolutos das Diferenças Logarítmicas	-43,30	0,64	-23,94	0,64	-12,98	-8,37

Tabela 2: Parâmetros ótimos do Tank Model ajustados pela melhor combinação entre otimizador (método de Rosenbrock com *multi-start*) e função objetivo (critério de Nash-Sutcliffe).

Parâmetro	Valor Ótimo
$\alpha_1$	0
$\alpha_2$	0
$\alpha_3$	0,0411
$\alpha_4$	0,0056
$\alpha_5$	0
$\beta_1$	0,3219
$\beta_2$	0,5
$\beta_3$	0,0155
$h_1$	6,7339
$h_2$	30,1916
$h_3$	2,4151
$h_4$	100

calibrado no PERH-SE (SEMARH-SE, 2010), foi feita a comparação entre as lâminas mensais<sup>1</sup> de escoamento observadas e simuladas pelos três modelos para um mesmo horizonte de simulação (1969–1979). Tabela 3 apresenta os índices de desempenho obtidos enquanto que as figuras 5–7 mostram a comparação entre lâminas observadas e simuladas.

Os resultados indicam que, para o período comum de comparação, a calibração do RRL foi mais eficiente do que a realizada em Menezes (2013) e do que a do MODHAC (SEMARH-SE, 2010). Ambas as calibrações do Tank Model apresentaram correlação e eficiência melhores do que a do MODHAC.

Na pesquisa de Menezes (2013) foi utilizada uma combinação única do algoritmo SCE-UA com a função objetivo da soma dos quadrados dos erros e foram encontrados resultados superiores a mesma combinação realizada no presente trabalho. Isso pode ser explicado devido as limitações dos software RRL, que apresentou ineficiência de memória e além disso exigia a informação de um número máximo de iterações, o que não aconteceu na pesquisa de Menezes (2013), onde o próprio programa criado convergia para o resultado. A informação de um limite máximo de iterações pode ter feito com que o RRL convergisse antes de encontrar o ótimo global da função.

## 4 Conclusão

O objetivo desta pesquisa foi aplicar e comparar várias metodologias de otimização para a calibração automática do modelo chuva-vazão Tank Model na bacia do

rio Japaratuba, Sergipe. Além disso, buscou-se comparar os resultados obtidos com os da pesquisa de Menezes (2013) e com os ajustes realizados pelo MODHAC (SEMARH-SE, 2010) para a elaboração do Plano Estadual de Recursos Hídricos de Sergipe. Corroborando com os resultados de Menezes (2013), verificou-se o bom desempenho do Tank Model na simulação do processo chuva-vazão na bacia do rio Japaratuba.

Alguns resultados obtidos, como as combinações que envolviam o otimizador busca aleatória uniforme e as funções objetivo erro médio e soma dos valores absolutos das diferenças logarítmicas, ficaram muito distantes do ideal, ou seja, com coeficientes de eficiência muito baixos, e mostram que certos otimizadores e funções objetivo não são indicados para a calibração dos parâmetros do Tank Model.

Entretanto, pode-se afirmar que, com exceção dos apontados acima, os parâmetros do modelo podem ser calibrados por vários arranjos de otimizadores e funções objetivo, particularmente pela combinação entre o método de Rosenbrock com *multi-start* e o critério de Nash-Sutcliffe, que ofereceram o melhor ajuste nos testes conduzidos.

## Referências

- Beven, K. J., 2011. Rainfall-runoff modelling: the primer. John Wiley & Sons.
- Celeste, A. B., Suzuki, K., Watanabe, M., 2001. Genetic algorithms for automatic calibration of Tank Model. In: Proc. 7th JSCE Congress of Civil Engineering – Shikoku Division. Japan Society of Civil Engineers (JSCE), Matsuyama, Japan, pp. 150–151.
- Cruz, M. A. S., 2010. Avaliação de séries históricas de vazão monitoradas em duas sub-bacias do rio Japaratuba em Sergipe com auxílio de algoritmos genéticos, embrapa Tabuleiros Costeiros. Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento.
- Duan, Q., Sorooshian, S., Gupta, V. K., 1994. Optimal use of the SCE-UA global optimization method for calibrating watershed models. Journal of Hydrology 158 (3), 265–84.
- Filho, P. M., Lanna, A. E. L., 1986. MOHTSAR: Um modelo hidrológico para o trópico semi-árido. Caderno de Recursos Hídricos da Revista Brasileira de Engenharia 4 (1), 95–118.
- Hallak, R., Pereira Filho, A. J., 2011. Metodologia para análise de desempenho de simulações de sistemas convectivos na região metropolitana de São Paulo com o modelo ARPS: sensibilidade a variações com os esquemas de advecção e assimilação de dados. Revista Brasileira de Meteorologia 26, 591–608.

<sup>1</sup>Os dados simulados pelo MODHAC só estão disponíveis em escala mensal.

Tabela 3: Desempenho dos modelos (em escala mensal) para o período 1969–1979.

	Tank Model		MODHAC
	Menezes (2013)	RRL	SEMARH-SE (2010)
Correlação	0,89	0,92	0,78
Eficiência	0,71	0,78	0,50

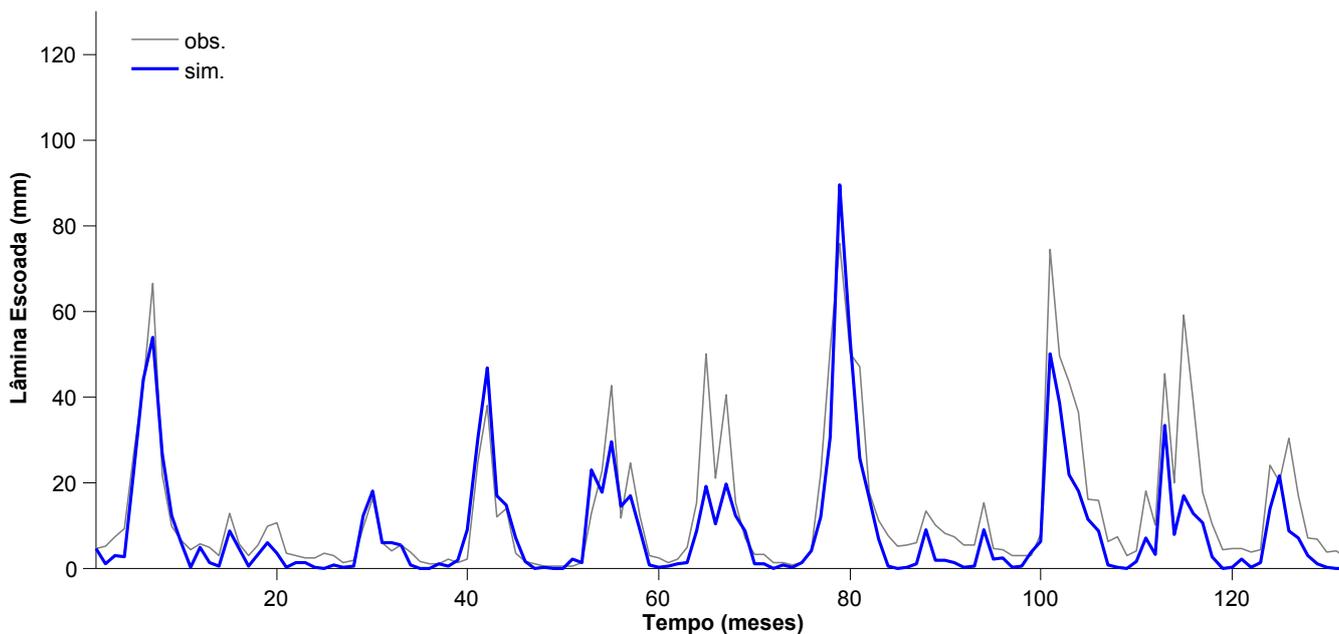


Figura 5: Comparação entre vazões mensais observadas e simuladas para o período 1969–1979 pelo Tank Model calibrado por Menezes (2013).

Fonte: Gráfico dos autores com base nos dados de Menezes (2013).

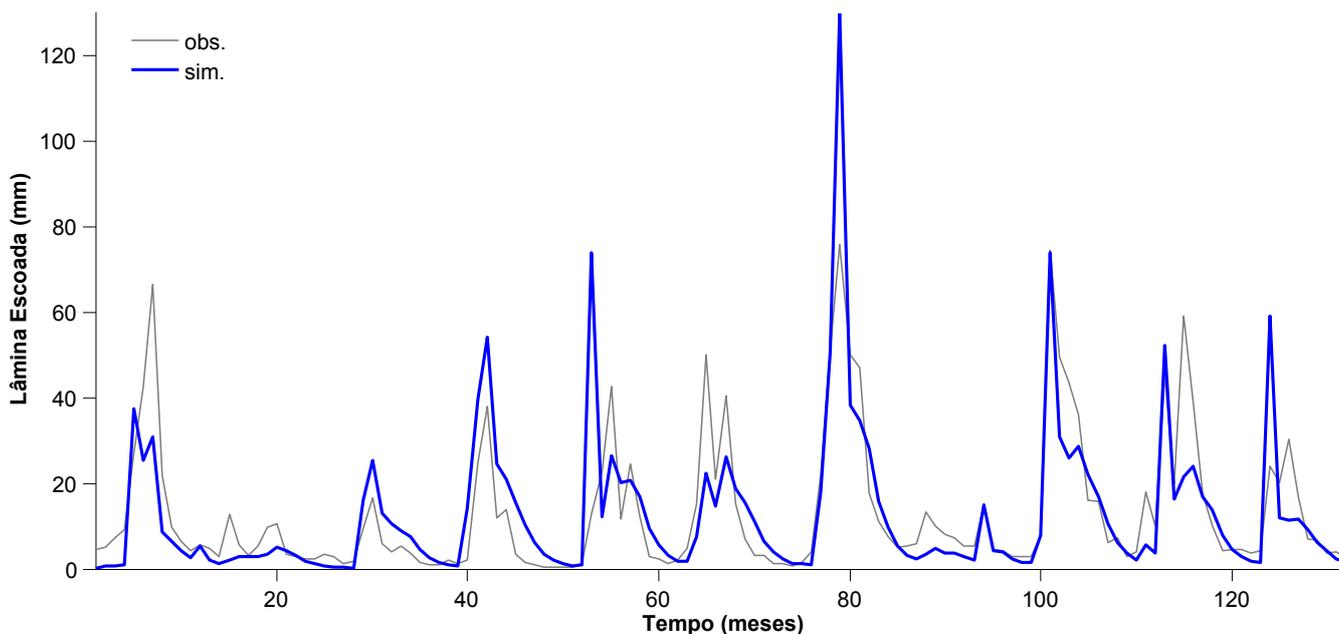


Figura 6: Comparação entre vazões mensais observadas e simuladas para o período 1969–1979 pelo MODHAC calibrado em SEMARH-SE (2010).

Fonte: Gráfico dos autores com base nos dados de SEMARH-SE (2010).

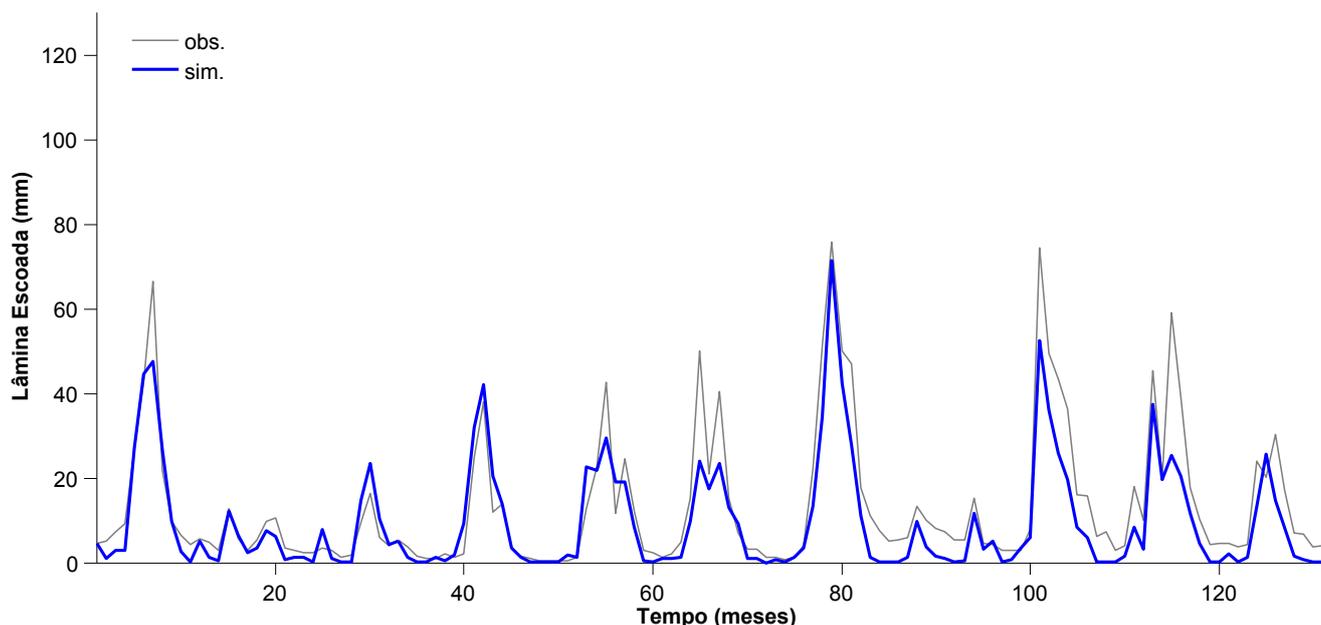


Figura 7: Comparação entre vazões mensais observadas e simuladas para o período 1969–1979 pelo RRL utilizando o método de Rosenbrock com *multi-start* e o critério de Nash-Sutcliffe.

Lopes, J. E. G., Braga, B. P. F., Conejo, J. G. L., 1982. SMAP – a simplified hydrological model. In: Singh, V. P. (Ed.), Applied Modelling in Catchment Hydrology. Proceedings of the International Symposium on Rainfall-Runoff Modelling. Water Resources Publications.

Mateus, G., Luna, H., 1986. Programação Não Linear. V Escola de computacao. UFMG.

Menezes, T. L. A., 2013. Tank Model para modelagem do processo chuva-vazão no estado de Sergipe, Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Sergipe.

Naghetini, M., Pinto, E., 2007. Hidrologia Estatística. CPRM.

Nash, J. E., Sutcliffe, J. V., 1970. River flow forecasting through conceptual models part 1 – a discussion of principles. Journal of Hydrology 10, 282–290.

Podger, G., 2004. RRL Rainfall Runoff Library User's Guide. Cooperative Research Centre for Catchment Hydrology.

SEMARH-SE, 2010. Elaboração do plano estadual de recursos hídricos: RE-6, Volume 1, Tomo I (bacia hidrográfica do Rio Japarutuba).

SEMARH-SE, 2012. Atlas digital sobre recursos hídricos de sergipe. CD-ROM.

SEMARH-SE, 2013. As bacias hidrográficas em Sergipe. Acesso em set/2013.

URL <http://www.semarh.se.gov.br/comitesbacias/>

Silva, W. d. A., 1993. Avaliação de alguns modelos chuva-deflúvio para o estado da Paraíba. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba.

Sugawara, M., 1995. Tank model. In: Singh, V. P. (Ed.), Computer Models of Watershed Hydrology. Water Resources Publications, Highlands Ranch, pp. 165–214.

Tucci, C. E. M., 1998. Modelos Hidrológicos. UFRGS.

Viegas Filho, J. S., Lanna, A. E. L., Pereira, J. S., Troger, F. H., Conceição, A., 1999. MODHAC – modelo hidrológico auto-calibrável, versão 98 para Windows. In: Anais do Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola. Pelotas.