DOI: 10.5902/2179460X11597
Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas - UFSM
Revista Ciência e Natura, Santa Maria
EISSN: 2179-460X, Edição Esp. Dez. 2013, p. 206 - 209

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DA VARIANÇA ESPACIAL LATERAL PARA UMA NOVA FORMULAÇÃO DA FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO LAGRANGIANA

Charles Rogério Rogério Paveglio Szinvelski[2], Gervásio Annes Degrazia[1], Lidiane Buligon[2], Lílian Piecha Moor[1]

[2]charless@ufsm.br

[1] Departamento de Física, Universidade Federal de Santa Maria, RS-Brasil.

[2] Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Maria, RS-Brasil.

RESUMO

Neste trabalho deriva-se uma nova forma para o parâmetro de variância espacial lateral,σ_y válida para diferentes tipos de turbulência na CLP.

ABSTRACT

IIn this paper derives a new form to the lateral spatial variance parameter,σ_y valid for different types of turbulence in the PLC.

INTRODUÇÃO

A função de autocorrelação lagrangiana é uma quantidade estatística fundamental na descrição de escoamentos turbulentos (Taylor, 1921). Esta função é uma medida estatística das estruturas coerentes encontradas por um conjunto de partículas de fluido à medida que elas se dispersam no campo turbulento (Armenio *et al*, 1999). Normalmente, a maioria dos estudos teóricos e práticos em turbulência descreve relações fundamentais e funções de autocorrelação lagrangianas para um campo turbulento bem desenvolvido (Hinze, 1975; Pasquill e Smith, 1983; ...).

Em seu trabalho clássico sobre a teoria de difusão estatística da turbulência, Taylor em 1921, considerou uma forma exponencial para a função de autocorrelação lagrangiana dada pela seguinte expressão:

$$\rho_{L_v} = \exp(\quad), \qquad (1)$$

onde, τ é o tempo de correlação e T_{L_v}é a escala de tempo integral lagrangiana associada as estruturas coerentes caracterizando uma turbulência bem desenvolvida.

DOI: 10.5902/2179460X11597
Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas - UFSM
Revista Ciência e Natura, Santa Maria
EISSN: 2179-460X, Edição Esp. Dez. 2013, p. 206 - 209

A substituição de Eq. (1) no modelo de difusão estatístico de Taylor resulta na seguinte expressão para o variância espacial lateral ${\sigma^2}_y$,

$$\sigma_y^2 = 2\sigma_v^2 T_{L_v}\left[\frac{1}{T_{L_v}} - 1 + \exp\left(\frac{-t}{T_{L_v}}\right)\right], \qquad (2)$$

onde σ_vé o desvio padrão da velocidade lateral turbulenta

A partir da Eq. (2), relações funcionais são deduzidas. Como exemplo, a taxa de dissipação turbulenta ε, utilizada em parametrizações turbulentas aplicadas em modelos de dispersão lagrangianos.

A função de autocorrelação lagrangiana exponencial (Eq. (1)), aplica-se apenas aos casos de turbulência bem desenvolvida. Porém, em uma situação de velocidade de vento baixa, com baixa frequência nas oscilações do vento horizontal (o que caracteriza o fenômeno de meandro), a turbulência é dita fraca, descaracterizando a premissa de sua aplicabilidade.

Nesta sentido, pretende-se construir uma formulação para a função de autocorrelação lagrangiana que contemple, mediante a inserção de parâmetros adequados, as possíveis situações de ocorrências de turbulência na CLP. O ponto de partida, para este fim, utiliza-se da sugestão de Phillips e Panofsky (1982) (ou Pasquill e Smith (1983)), para a função de autocorrelação em uma situação de turbulência bem desenvolvida, dada por $\rho_{L_v}(\tau) = (1+p\tau)^{-2}$,com $p = \frac{1}{(1+m^2)T_{L_v}}$.Entretanto, para atender as variadas manifestações de turbulência na CLP, introduziu-se a expressão$\cos(q\tau)$,para$m \geq 0$(quantidade adimensional que controla a frequência de oscilação do vento horizontal, meandro [$q = mp$]), resultando em

$$\rho_{L_v}(\tau) = \frac{\cos(q\tau)}{(1+p\tau)^2}. \qquad (3)$$

Salienta-se que essa nova formulação atenderá a descrição de lóbulos negativos de uma função de autocorrelação que descreva o fenômeno de meandro; e seu comportamento assemelha-se a função de autocorrelação lagrangiana sugerida por Frenkiel (1953),

$$\rho_{L_v}(\tau) = \exp(-\tau/T_{L_v})\cos(q\tau). \qquad (4)$$

DOI: 10.5902/2179460X11597
Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas - UFSM
Revista Ciência e Natura, Santa Maria
EISSN: 2179-460X, Edição Esp. Dez. 2013, p. 206 - 209

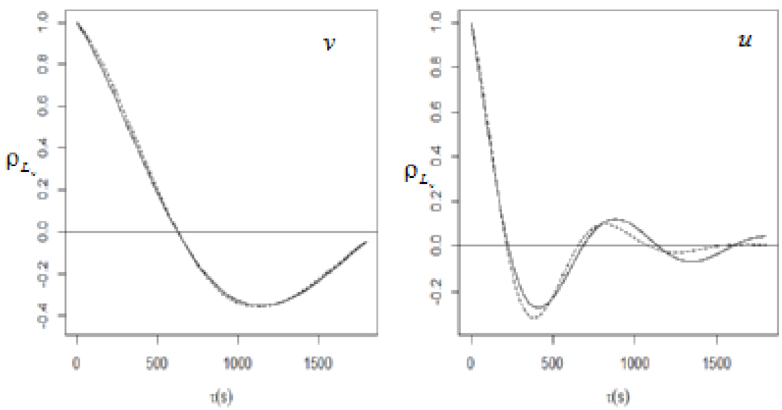

Figura 1 – Comparação entre as funções de autocorrelação para as componentes *u* e *v* o dia 21 de abril de 2001, 23 horas LT. A linha tracejada reproduz a função de autocorrelação de Frenkiel (Eq. (4)) e a linha contínua representa a função de autocorrelação de sugerida (Eq. (3).

EQUAÇÃO DA VARIANÇA ESPACIAL LATERAL

Partindo da Equação de Taylor para a variância espacial lateral,

$$\sigma_y^2 = 2\sigma_v^2 \int_0^t (t-\tau)\, \rho_{L_v} d\tau, \qquad (4)$$

substituindo a função de autocorrelação dada e pela Eq.(3), obtém-se

$$\sigma_y^2 = 2\sigma_v^2 \int_0^t (t-\tau) \frac{\cos(q\tau)}{(1+p\tau)^2} d\tau. \qquad (5)$$

Expandindo a função *cosseno* em série de MacLaurin e resolvendo as integrais resultantes, obtém-se

$$\frac{\sigma_y^2}{2\sigma_v^2} = \frac{-\cos(qt)}{p^2} + \frac{1+pt}{p^2} - \frac{q(1+pt)}{p^3} \times$$
$$\times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(pt)^{2n+2}}{2n+2} - \frac{(pt)^{2n+3}}{2n+3}\right)\left(\sum_{k=0}^{n} (-1)^n \frac{m^{2k+1}}{(2k+1)!}\right)\right] - \quad \mathbf{(6)}$$
$$-\frac{1}{p^2}\left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(pt)^{2n+1}}{2n+1} - \frac{(pt)^{2n+2}}{2n+2}\right)\left(\sum_{k=0}^{n} (-1)^n \frac{m^{2k}}{(2k)!}\right)\right]$$

CONCLUSÃO

A Eq. (6) obtida permitirá a obtenção de relações funcionais utilizadas em parametrizações turbulentas aplicadas em modelos de dispersão lagrangianos. Entretanto, a

DOI: 10.5902/2179460X11597
Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas - UFSM
Revista Ciência e Natura, Santa Maria
EISSN: 2179-460X, Edição Esp. Dez. 2013, p. 206 - 209

validade da Eq. (6) está condicionada ao cumprimento de critérios de validação da função de autocorrelação lagrangiana (Manomaiphiboon e Russel, 2003).

REFERÊNCIAS

TAYLOR, G. I. **Diffusion by continuous movements**, Proc. London Math. Soc. 20, 196-211, 1921.

HINZE, J. O. **Turbulence**, McGraw-Hill, New York, 1975.

PASQUILL, F., SMITH, F. B.. **Atmospheric Diffusion**. Ellis Horwood, 437, 1983.

KOLMOGOROV, A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In: **Dokl. Akad. Nauk SSSR**. 1941. p. 299-303.

MANOMAIPHIBOON, K.; RUSSELL, A. G. Evaluation of some proposed forms of Lagrangian velocity correlation coefficient. **International journal of heat and fluid flow**, v. 24, n. 5, p. 709-712, 2003.

PHILLIPS, P. and PANOFSKY, H.A. A re-examination of lateral dispersion from continuous sources, **Atmospheric Environment.** 16, 1851-1860, 1982.

FRENKIEL, F.N. Turbulent diffusion: mean concentration distribution in a flor field of homogeneous turbulence”. **Adv. Appl. Mech.**, **3**, 1953, 61-107.